

(2004年度)

6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の2，3ページにある。試験開始3分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみーにマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、ーにはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) 10 人を 2 人ずつ 5 つの組に分ける場合の数は **ア** である。

$$(2) f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + 24 \text{ が}$$

$$f(1) = 24, \quad f(2) = f(3) = f(4) = 48$$

をみたすとき

$$a_1 = \text{イ}, \quad a_2 = \text{ウ}, \quad a_3 = \text{エ}, \quad a_4 = \text{オ}$$

である。

(3) $100!$ を素数の積に分解すると

$$2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^{16} \cdot 11^9 \cdot 13^7 \cdots$$

となる。ただし、 $a = \text{カ}$ 、 $b = \text{キ}$ 、 $c = \text{ク}$ である。

- 2 3 辺の長さが $2, \sqrt{10}, \sqrt{10}$ である二等辺三角形の周および内部を A とする。

- (1) 半径 a の円板 D で A に含まれるものが存在するための条件は

$$0 < a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- (1) の条件のもとで円板 D が A 内を動くとき, D の通り得る範囲を S とし, D が三角形の少なくとも 1 辺に接しながら A 内を動くとき, D が通り得る範囲を T とする。

- (2) $a = \frac{1}{3}$ のとき, T の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi$$

である。

- (3) S と T が一致するような a の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

- 3 xy 平面上の 3 点 $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(1,\sqrt{3})$ について, 直線 OA , AB , OB をそれぞれ l_1, l_2, l_3 とする。 i, j, k は $1, 2, 3$ を並べかえたものとし, 平面上の点 P を直線 l_i に関して対称に移した点を P_i , 点 P_i を直線 l_j に関して対称に移した点を P_{ij} , 点 P_{ij} を直線 l_k に関して対称に移した点を P_{ijk} とする。たとえば, A は $(2,0)$ だから, $A_1 = (2,0)$, $A_{12} = (2,0)$, $A_{123} = (-1,\sqrt{3})$ である。

- (1) 点 O_{123} は

$$\left(\boxed{\text{ナ}}, \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} \right)$$

点 B_{123} は

$$\left(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} \right)$$

である。

- (2) 点 Q が三角形 OAB の周および内部を動くとき, 点 Q_{123} と原点 O との距離の最小値は $\boxed{\text{ヒ}}$, 最大値は $\boxed{\text{フ}}$ である。

- (3) 点 R が三角形 OAB の周および内部を動くとき, 点 R_{ijk} と原点 O との距離の最小値を m_{ijk} とする。 $1, 2, 3$ のすべての並べかえ i, j, k のうち m_{ijk} が最小になるのは

$$R_{ijk} = \left(\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{マ}}}}{\boxed{\text{ミ}}} \right)$$

または

$$R_{ijk} = \left(\boxed{\text{ム}}, \boxed{\text{メ}} \sqrt{\boxed{\text{モ}}} \right)$$

のときである。このとき, m_{ijk} の値は $\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。