

(2004年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の2, 3 ページにある。試験開始3 分前に監督からの指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0 または 正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) $A \neq 0$ とする。 $F(X) = AX^3 + BX^2 + CX$ が $X > 0$ で極大値と極小値をもつための必要十分条件は、 あ かつ い である。

あ , い は次のそれぞれの選択肢より選べ。

あ の選択肢

- ① $B^2 > 4AC$ ② $B^2 > 3AC$ ③ $B^2 > 2AC$ ④ $B^2 > AC$
 ⑤ $B^2 < 4AC$ ⑥ $B^2 < 3AC$ ⑦ $B^2 < 2AC$ ⑧ $B^2 < AC$

い の選択肢

- ① $AB > 0$ かつ $AC > 0$ ② $AB > 0$ または $AC > 0$
 ③ $AB > 0$ かつ $AC < 0$ ④ $AB > 0$ または $AC < 0$
 ⑤ $AB < 0$ かつ $AC > 0$ ⑥ $AB < 0$ または $AC > 0$
 ⑦ $AB < 0$ かつ $AC < 0$ ⑧ $AB < 0$ または $AC < 0$

(2) $f(x) = 5^{3x+a} - 5^{2x+b} + 5^{x+c}$ が極大値と極小値をもつための必要十分条件は

$$\text{ア} \quad b > a + \text{イ} \quad c + \log_5 \text{ウ}$$

である。このとき、 $f(x)$ が極大になるときの x を α 、極小になるときの x を β とおけば

$$\alpha + \beta = \text{エ} \quad a + \text{オ} \quad c - \log_5 \text{カ}$$

である。

2 4辺の長さがそれぞれ6, 5, 4, 3で, 少なくとも1つの内角が直角であるような四角形が何通りあるかを考える。

- (1) 上のような四角形 ABCD の直角の頂点を B とし, $\angle B$ をはさむ2辺を AB, BC, 頂点 B と向き合う頂点を D とする。 $\angle B$ をはさむ2辺の長さが5と4の場合, 対角線 AC の長さは $\sqrt{\text{キ}}$ で, $\cos D = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ であり, 三角形 ACD の面積は $\text{コ} \sqrt{\text{サ}}$ である。この場合, 四角形は シ 通りある。

- (2) 求める四角形は全部で ス 通りあり, そのうち2つの内角が直角なものは セ 通りで, また凸であるものは ソ 通りである。これら ス 通りの四角形の中で最小の面積は タ である。

3

1つのサイコロを振って、出た目の合計を考える。

(1) サイコロを3回振ったとき、出た目の合計が5になる確率は

$\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$

である。

(2) サイコロを振る回数が3回までの間に、出た目の合計が5になる

確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(3) サイコロを振る回数が n 回までの間に、出た目の合計がちょうど n になる確率を $P(n)$ とする。

(a) 1回もサイコロを振らないことを、0回サイコロを振ったと考えて、 $P(0) = 1$ とおく。

(b) 出た目の合計が1になるのは、サイコロを1回振って1がでる場合しかないから $P(1) = \frac{1}{6}$ である。

(c) 出た目の合計が2になるのは、1回目で2が出る場合と2回続

けて1が出る場合であるから、 $P(2) = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(d) “出た目の合計が n になったときのサイコロの目”に注目すれば、 $P(n)$ に関する次の漸化式が得られる。

$$2 \leq n \leq 6 \text{ のとき, } P(n) = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} P(n-1),$$

$$n \geq 7 \text{ のとき, } P(n) = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} P(n-1) + \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} P(n-7)$$