

(2004年度)

9 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ，4問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の2，3ページにある。試験開始3分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$$-\frac{3}{2} \text{ を, } \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ にあてはめる場合 } \frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}} \text{ とする。}$$

$$0 \text{ を, } \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ にあてはめる場合 } \frac{\boxed{0}}{\boxed{1}} \text{ とする。}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ を, } \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}} \text{ にあてはめる場合 } \frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}} \text{ とする。}$$

問題 1 の解答は解答用紙 A（マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙）に記せ。解答用紙 A では、式だけでなく、解答の流れを文章を含めて適切に説明すること。

問題 2 ～ 4 の解答は、ア から ヘ に当てはまる数値を答えよ。ただし、 π は円周率とする。

1

$z_1 = \cos \theta + i \sin \theta$, $z_2 = \cos \varphi + i \sin \varphi$ のとき、複素数 z を

$$z = 2z_1 + \frac{z_1}{z_2}$$

とおく。ただし、 i は虚数単位を表す。また、角 θ, φ はラジアンで表すものとする。

(1) z の絶対値 $|z|$ を θ, φ を使って表せ。

(2) θ, φ がそれぞれ $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$ の範囲を動くとき、 z が動く領域を複素数平面上に図示せよ。

(3) ir (r は実数) が (2) の領域内にあるとき、 $z = ir$ を満たす $\cos \theta, \cos \varphi$ の値を r を使って表せ。

(4) 同様に、 $r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ (ただし $r > 0$) が (2) の領域内にあるとき、 $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ を満たす $\cos \theta$ の値を r と α を使って表せ。

2

座標平面上を運動する点Pがある．点Pは原点(0,0)を出発し，曲線 $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ ($x \geq 0$) 上を毎秒1の速さで動いているとする．原点を出発してから t 秒後の点Pの座標を $(x(t), y(t))$ とすると，次の関係式

$$\sqrt{x(t) + \boxed{\text{ア}}}\frac{dx(t)}{dt} = \boxed{\text{イ}}$$

が成り立つ．点Pの x 座標が3になるのは，原点を出発してから t_0 秒後であるとする． $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$ の時刻 $t = t_0$ での値は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり， $\frac{d^2y(t)}{dt^2}$ の時刻 $t = t_0$ での

値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．よって，時刻 $t = t_0$ のときの点Pの加速度の大きさは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

3

座標空間において、原点 $O(0, 0, 0)$ 、点 $P(1, 0, 1)$ 、点 $Q(2, 1, 0)$ を頂点とする三角形 OPQ を考える。 $0 \leq t \leq 1$ のとき、点 $(0, t, 0)$ を通り xz 平面に平行な平面 H と辺 PQ が交わる点の座標は $(\boxed{\text{ケ}} + t, t, \boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}t)$ であり、平面 H と辺 OQ が交わる点の座標は $(\boxed{\text{シ}}t, t, 0)$ である。三角形 OPQ を y 軸のまわりに回転したときの回転体の体積は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi$ である。この回転体上の点で、 z 軸上の点 $(0, 0, \frac{5}{2})$ に最も近い点の座標は $(0, \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}, \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}})$ である。

4

各チームに攻撃度 n (ただし $n = 1, 2, 3$) が決まっている競技を考える. 攻撃度 a のチーム A と攻撃度 b のチーム B が試合をしたとき,

- A は a 回攻撃し, B は b 回攻撃するとし,
- A のそれぞれの攻撃が成功する確率は $\frac{b}{3}$ であり,
- B のそれぞれの攻撃が成功する確率は $\frac{a}{3}$ である

とする. 攻撃の成功回数を得点とし, 得点の多いチームが勝ち, 同点の場合は引き分けとする.

(1) 攻撃度が 3 のチームと 2 のチームが対戦したとき, 引き分けになる確率は

$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である.

(2) 攻撃度が 3 のチームと 1 のチームが対戦したとき, 攻撃度 3 のチームが勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である.

(3) 攻撃度が 3, 2, 1 の 3 チームで総当たり戦を行うとき, 攻撃度 3 のチームが 2 勝する確率は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}_2$ であり, 攻撃度 2 のチームが 2 勝する確率は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}_2$ である. ま

た, 2 勝する確率が最も高いのは, 攻撃度 $\boxed{\text{ヒ}}$ のチームであり, その確率は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}_2$ である.