

(2005年度)

2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ，4問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の2，3ページにある。試験開始3分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) $f(x), g(x)$ は x の 2 次式で

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - 2x + 2$$

$$f(x)g(x) = 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 2x + 3$$

ならば

$$f(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

$$g(x) = \boxed{\text{エ}} x^2 + \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}}$$

である。ただし $f(0) > 0$ とする。

(2) $\alpha = 5^{\log_{25} 3} + 1$ とすると

$$4^{\log_2 \alpha} = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

2 素数とは、その数自身と 1 のほかに因数をもたない 2 以上の自然数である。

2 以上の自然数 n に対して、自然数 $P(n)$ を次の規則で定める。

$$\begin{cases} n \text{ が素数ならば, } P(n) = 1, \\ n \text{ が素数でないならば, } P(n) \text{ は } n \text{ を割り切る最も小さい素数。} \end{cases}$$

例えば、 $P(2) = 1$, $P(3) = 1$, $P(4) = 2$, $P(5) = 1$, $P(6) = 2$ である。

(1) $P(a) = 5$ となる 2 以上の自然数 a のうち最小のものは $a =$ コ である。

(2) 自然数 n が $2 \leq n \leq 100$ の範囲にあるとき $P(n)$ の最大値は サ

であり、 $P(b) =$ サ となる自然数 b は、 $2 \leq b \leq 100$ の範囲に全部で シ 個ある。

(3) c を 2 以上の自然数とし 自然数 n が $2 \leq n \leq c$ の範囲にあるとき、 $P(n)$ の最大値が 11 であるとする。このような c の最小値は ス ,

最大値は セ である。

3 a を実数とし, 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3(a-1)x^2 - 12ax - 9a$ を考える。

(1) $x = \boxed{\text{ソ}}$ または $x = \boxed{\text{タ}}$ のとき, $f(x)$ の値は a の値によらない。ただし $\boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{タ}}$ とする。

(2) $a = \boxed{\text{チ}}$ のとき $f(x)$ は極値をもたない。

(3) $f(x)$ の極小値は $a < \boxed{\text{チ}}$ のとき $\boxed{\text{ツ}}a + \boxed{\text{テ}}$ であり, $a > \boxed{\text{チ}}$ のとき $\boxed{\text{ト}}a(2a + \boxed{\text{ナ}})^2$ である。

(4) $f(x)$ の極小値が最大になるのは $a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のときで, そのときの

$f(x)$ の極小値は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

- 4 3 辺 AB, BC, CA がそれぞれ 5, 6, 7 の三角形 ABC がある。辺 AB, BC, CA をそれぞれ $t : (1 - t)$ (ただし $0 < t < 1$) に内分する点を D, E, F とする。

(1) AE が BC に垂直であるならば、そのときの t の値は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ で、

AE = $\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$ である。三角形 ABC の面積 S は

$\boxed{\text{ヘ}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(2) 三角形 DEF の面積は一般に

$$(\boxed{\text{マ}} t^2 + \boxed{\text{ミ}} t + \boxed{\text{ム}}) S$$

であり、 $t = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}$ をとる。

(3) 三角形 ABC の外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} \sqrt{\boxed{\text{ル}}}$, 内接円の半径は

$\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \sqrt{\boxed{\text{ワ}}}$ である。