

(2005年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の2, 3 ページにある。試験開始3 分前に監督からの指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみーにマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、ーにはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) xy 平面上の放物線 $C_1: y = x^2 - 4x - 4$ と点 $(0, 4)$ を通る直線 ℓ がある。 C_1 と ℓ の 2 つの交点の x 座標の差が 6 のとき、 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}}x + 4 \quad \text{または} \quad y = \boxed{\text{イ}}x + 4$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とする。

- (2) xy 平面上の放物線 $C_2: y = ax^2 + bx + c$ が、次の 3 つの条件をみたすとする。

- C_2 は点 $(1, 3)$ を通る。
- y 軸に関して C_2 と対称な放物線は、点 $(-2, 1)$ を通る。
- 点 $(1, 1)$ に関して C_2 と対称な放物線は、点 $(2, -5)$ を通る。

このとき、

$$a = \boxed{\text{ウ}}, b = \boxed{\text{エ}}, c = \boxed{\text{オ}}$$

である。

- (3) 方程式 $18x - 7y = 9$ をみたす 2 つの正の整数 x, y の中で、 $x + y$ が最小になるのは $x = \boxed{\text{カ}}, y = \boxed{\text{キ}}$ のときであり、 $x + y$ の 2 番目に小さい値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

2 xy 平面上に 3 つの直線

$$\ell_1 : x + y - 3 = 0$$

$$\ell_2 : x - 2y = 0$$

$$\ell_3 : x + 2y = 0$$

がある。 ℓ_1 と ℓ_2 の交点を A, ℓ_2 と ℓ_3 の交点を B, ℓ_3 と ℓ_1 の交点を C とする。

(1) 三角形 ABC において, $\sin B = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ であり, 外接円の直径は

$\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の辺 BC を 1 : 2 に内分する点を P とする。P の座標は ($\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$) であり, P を通り辺 BC に垂直な直線は

$$y = \boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}}$$

である。

(3) 三角形 ABC において, $\angle A$ の二等分線を $mx + ny = 3\sqrt{5}$ とすると

$$m = \sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}, \quad n = \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{チ}} < \boxed{\text{ツ}}$ とする。

(4) 点 (x, y) が三角形 ABC の周と内部を動くとき

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 8$$

の最大値は $\boxed{\text{ニ}}$, 最小値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

- 3** 与えられた正の整数の集合 X に対して、 X 中の 2 つの数の差として表される正の整数の全体を $D(X)$ とする。
 たとえば、 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ のとき、 $3 - 2 = 1$ 、 $4 - 1 = 3$ なので、1 と 3 は集合 $D(X)$ の要素である。

(1) $A = \{1, 3, 8\}$ のとき、 $D(A) = \left\{ \boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}}, \boxed{\text{ハ}} \right\}$ である。ただし、 $\boxed{\text{ネ}} < \boxed{\text{ノ}} < \boxed{\text{ハ}}$ とする。

(2) $B = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ のとき、 $D(B)$ の要素は $\boxed{\text{ヒ}}$ 個あり、その中で 3 の倍数は $\boxed{\text{フ}}$ 個ある。

(3) $C = \{1, 2, 4, 7, 9, 12, 13, 14, 21, 34\}$ とする。
 C の中で 4 で割ると 1 余る数は $\boxed{\text{ヘ}}$ 個、4 で割ると 3 余る数は $\boxed{\text{ホ}}$ 個ある。 $D(C)$ の中で 4 の倍数は $\boxed{\text{マ}}$ 個ある。

(4) 正の整数の集合 Y は、4 つの要素からなり、1 は Y に属し、 $D(Y) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ であるとする。このとき、 Y は 1 以外に必ず $\boxed{\text{ミ}}$ を要素とする。このような Y は全部で $\boxed{\text{ム}}$ 通りあり、その中でさらに 2 を要素とするものは

$$Y = \left\{ 1, 2, \boxed{\text{メ}}, \boxed{\text{ミ}} \right\}$$

である。