

(2005年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の2, 3 ページにある。試験開始3 分前に監督からの指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) a, b を実数とする。整式

$$P = a(x+1)^2(2x+1) - 4(x-1)^2(2x-1) + bx(x-3)^2$$

が $(x+1)(x+2)$ で割り切れるならば、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ であつ

て、 $P = (x+1)(x+2)(\boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}})$ と因数分解される。

(2) $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+3}$ は整数を係数にもつ 2 次方程式

$$x^2 + \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}} = 0$$

の解である。この方程式のもう 1 つの解を β とすると

$\beta = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ であつて、 $\frac{\alpha^3 - \beta^3}{\alpha - \beta} = \boxed{\text{コ}}$ が成り立つ。

(3) $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲で、 $\log_2(\sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta + 2)$ は

$\theta = \boxed{\text{サ}}^\circ$ のとき最大となり、 $\theta = \boxed{\text{シ}}^\circ$ のとき最小値 $\boxed{\text{ス}}$ をとる。

(4) 三角形 ABC において $\angle A = 15^\circ$ 、 $AB = 4\sqrt{3}$ 、 $AC = 6\sqrt{2}$ であるとき

$$BC = \boxed{\text{セ}} - 2\sqrt{3}, \angle C = \boxed{\text{ソ}}^\circ$$

であり、面積は

$$\boxed{\text{タ}} + \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

- 2 座標平面上で、関数 $y = |x^2 - 4x| + 2x$ のグラフを C 、直線 $y = px$ を ℓ とする。ただし p は定数である。

(1) ℓ と C の交点の個数がちょうど 3 つになるための必要十分条件は

$$\boxed{\text{テ}} < p < \boxed{\text{ト}} \cdots (*)$$

である。このとき原点以外の 2 つの交点の x 座標は

$$\boxed{\text{ナ}} p + \boxed{\text{ニ}}, \quad \boxed{\text{ヌ}} p + \boxed{\text{ネ}},$$

ただし $\boxed{\text{ナ}} p + \boxed{\text{ニ}} < \boxed{\text{ヌ}} p + \boxed{\text{ネ}}$, である。

(2) p が条件 (*) をみたすとき、 ℓ と C で囲まれる 2 つの領域のうち、 ℓ より上にある領域の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} p^3 + \boxed{\text{ヒ}} p^2 + \boxed{\text{フ}} p + \boxed{\text{ヘ}},$$

ℓ より下にある領域の面積は

$$\boxed{\text{ホ}} p^2 + \boxed{\text{マ}} p + \boxed{\text{ミ}}$$

である。この 2 つの面積の和は $p = \boxed{\text{ム}} + \boxed{\text{メ}} \sqrt{\boxed{\text{モ}}}$ のとき最小になる。

3 すべての辺の長さが1である下図のような立体がある。この立体の辺上をかってNからSへ行く経路を考える。ただし同じ点を2度通ってはいけない。

最短の経路は長さ3であり、この長さになる経路は全部で4通りある。

(1) 長さが4の経路は全部で 通りある。

(2) 長さが5の経路は全部で 通りある。

(3) 長さが6の経路は全部で 通りある。

(4) 最長の経路は長さ であり、 $N \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow S$ と進む最長の経路は全部で 通り、 $N \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow \dots \rightarrow S$ と進む最長の経路は全部で 通りある。したがって、最長の経路は全部で 通りあることがわかる。

