

(2005年度)

9 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ，4問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の2，3ページにある。試験開始3分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
 2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
 3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の**右側のみ**ミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
 4. 左側のミシン目は切り離してはならない。
 5. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
 6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、その**マーク欄をぬりつぶす**こと。その他の部分には何も書いてはいけない。
 7. 筆記具は、**HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
 8. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
 9. 訂正する場合は、消しゴムでいねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除く**こと。
 10. 問題①の解答は、記述式解答用紙Aに記入すること。
足りない場合は、その解答用紙の裏面に記入してよい。その他の部分には何も書いてはいけない。
 11. マーク式解答用紙の最下段の①の欄には記入しないこと。
 12. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
 13. 試験時間中に退場することはできない。
 14. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 15. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

問題 **1** の解答は解答用紙 A (マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙) に記せ。解答用紙 A では、式だけでなく、解答の流れを文章も含めて適切に説明すること。

問題 **2** から **4** の解答は、**ア** から **ホ** には当てはまる数値を、**あ** から **え** には選択肢から最もふさわしいものを、それぞれマークせよ。ただし、 π は円周率とする。

1 xy 平面上の 4 点 $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$, $C(-2, -2)$, $D(2, -2)$ を頂点とする正方形 ABCD を考える。

- (1) ABCD の内部で、ABCD のどの辺への距離よりも原点 O への距離が小さいような点 P の存在範囲を図示せよ。
- (2) 上で求めた点 P の存在範囲の面積を求めよ。

2 (1) $y = e^{\frac{1}{2}x}(x^2 - 2x - 11)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値をとり, $x = \boxed{\text{イ}}$ で極小値をとる。

(2)

$$A = \{x | \sin x > 0\}, \quad B = \{x | xe^x \leq 3\}, \quad C = \{x | x^2 \leq 1\}$$

とすると,

$$-\frac{\pi}{2} \boxed{\text{あ}} A \cap B, \quad 1.05 \boxed{\text{い}} A \cup B, \quad B \boxed{\text{う}} C$$

が成り立つ。

$\boxed{\text{あ}}$ から $\boxed{\text{う}}$ の選択肢：

(a) $\in$ (b) $\notin$ (c) $\ni$ (d) $\nexists$ (e) $=$ (f) $\subset$ (g) $\supset$

(3)

$$F(a) = \int_1^e |\log x - a| dx$$

とする。 $F(1) = \boxed{\text{ウ}} e + \boxed{\text{エ}}$ である。また, F が最小値をとるのは $a = \boxed{\text{え}}$ のときである。

$\boxed{\text{え}}$ の選択肢：

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\log(1+e)$ (c) $\log\left(1+\frac{e}{2}\right)$ (d) $\log\left(\frac{1}{2}+e\right)$
 (e) $\frac{1}{e}$ (f) $\log\frac{1+e}{2}$ (g) $\frac{1}{2}\log(1+e)$

- 3 xyz 空間の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(6, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 3, 3)$ を頂点とする三角錐 $OABC$ を考える。 $0 < a < 3$ のとき, 平面 $y = a$ による三角錐 $OABC$ の断面の面積は

$$\boxed{\text{オ}} a^2 + \boxed{\text{カ}} a$$

である。また, 三角錐 $OABC$ を y 軸の周りに回転してできる回転体 V の体積は $\boxed{\text{キ}} \pi$ である。

回転体 V の xy 平面による断面は, 双曲線

$$H: x^2 = \boxed{\text{ク}} y^2 + \boxed{\text{ケ}} y + \boxed{\text{コ}}$$

と 2 直線 $y = 0$, $y = 3$ とで囲まれる図形であり, H の漸近線は,

$$x = \pm \sqrt{\boxed{\text{サ}}} \left(y + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)$$

で表される 2 直線である。

4 2×2 行列 A, B が,

$$AB = \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 9 & x \\ 8 & y \end{pmatrix}$$

を満たしている。

(1)

$$(BA)^2 + \boxed{\text{セ}} (BA) + \boxed{\text{ソ}} E = O$$

が成り立つ。ただし、 E は単位行列、 O は零行列である。これから、

$$x = \boxed{\text{タ}}, y = \boxed{\text{チ}} \text{ がわかる。}$$

(2) $n \geq 1$ に対して

$$(AB)^{n+2} - (BA)^{n+2} =$$

$$\boxed{\text{ツ}} \left((AB)^{n+1} - (BA)^{n+1} \right) + \boxed{\text{テ}} \left((AB)^n - (BA)^n \right)$$

が成り立つ。

(3)

$$(AB)^3 - (BA)^3 = 175 \times \begin{pmatrix} \boxed{\text{ト}} & \boxed{\text{ナ}} \\ \boxed{\text{ニ}} & \boxed{\text{ヌ}} \end{pmatrix}$$

である。

(4) A, B の成分は負でない整数とする。また、 A の対角成分は等しいとする。行列の積に関する結合則 $(AB)A = A(BA)$ を用いることで、

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ネ}} & \boxed{\text{ノ}} \\ \boxed{\text{ハ}} & \boxed{\text{ネ}} \end{pmatrix}$$

がわかる。よって、

$$B = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ヒ}} & \boxed{\text{フ}} \\ \boxed{\text{ヘ}} & \boxed{\text{ホ}} \end{pmatrix}$$

となる。