

(2006年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

以 下 余 白

次頁へ続く

- 1 次の , および には下の選択肢の中から正しいものを選び。

放物線

$$C: y = x^2 - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} x + 1$$

を考える。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) C の頂点の座標は $\left(\frac{1}{\text{あ}}, \frac{-1}{\text{い}} \right)$ であり、 θ の値によらず、

放物線 $y = \text{ア} x^2 + \text{イ} x + \text{ウ}$ 上にある。

- (2) C が x 軸と交わる点の x 座標は う , $\frac{1}{\text{う}}$ である。

ここで

$$I = \int_0^{\tan \theta} \left(x^2 - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} x + 1 \right) dx$$

とおく。

- (3) $I = \frac{1}{6} \left(\text{エ} \tan^3 \theta + \text{オ} \tan \theta \right)$ である。

- (4) $I = 0$ となるのは $\theta = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \pi$ のときである。

- (5) I は $\theta = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \pi$ のとき最大値 $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ をとる。

選択肢:

- (a) $\sin \theta$ (b) $\cos \theta$ (c) $\tan \theta$ (d) $\sin 2\theta$ (e) $\cos 2\theta$ (f) $\tan 2\theta$
 (g) $\sin^2 \theta$ (h) $\cos^2 \theta$ (i) $\tan^2 \theta$ (j) $\sin^2 2\theta$ (k) $\cos^2 2\theta$ (l) $\tan^2 2\theta$

2 次の え から そ には A, B, C, D の中から正しいものを選び。

(1) 実数 α, β が $0 < 3\beta < \alpha, \alpha + \beta = 1$ をみたしているとする。

$$A = \sqrt{\alpha\beta}, \quad B = 2\alpha\beta, \quad C = \alpha^2 + \beta^2, \quad D = \frac{3}{5}$$

は

$$\boxed{\text{え}} < \boxed{\text{お}} < \sqrt[3]{\alpha\beta} < \boxed{\text{か}} < \boxed{\text{き}}$$

をみたす。

(2)

$$A = \frac{2}{3} \log_{10} 3, \quad B = \frac{3}{7} \log_{10} 5, \quad C = \frac{3}{10}, \quad D = \frac{1}{3}$$

は

$$\boxed{\text{く}} < \boxed{\text{け}} < \log_{10} 2 < \boxed{\text{こ}} < \boxed{\text{さ}}$$

をみたす。

(3) $\theta = \frac{1}{9}\pi$ とおく。

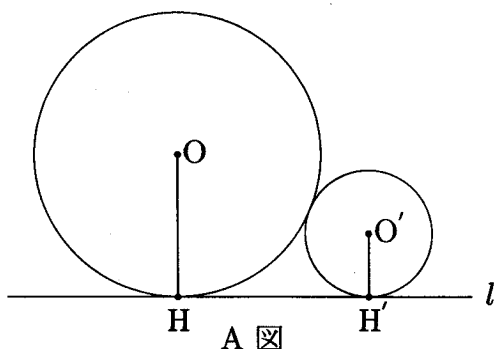
$$A = \tan \theta, \quad B = \frac{1}{2} \sin 2\theta, \quad C = \frac{1}{3}, \quad D = \theta$$

は

$$\boxed{\text{し}} < \boxed{\text{す}} < \sin \theta < \boxed{\text{せ}} < \boxed{\text{そ}}$$

をみたす。

- 3** (1) 下の A 図で2つの円 O, O' は互いに接しており, それぞれは直線 l と接点 H, H' で接しているとする。このとき $\boxed{\text{シ}}$ $OH \cdot O'H' = (HH')^2$ である。



A 図

次に, 右の B 図で3つの円 O, O_1, O_2 は互いに接している。 m は3つの円の共通の接線であって H, H_1, H_2 はそれぞれの接点である。

円 O, O_1, O_2 の半径をそれぞれ $1, r_1, r_2$ とし $u = H_1H_2$, $u_1 = HH_1$, $u_2 = HH_2$ とすれば, (1) によって $\boxed{\text{シ}}$ $r_1 = u_1^2$, $\boxed{\text{シ}}$ $r_2 = u_2^2$,

$\boxed{\text{シ}}$ $r_1 r_2 = u^2$ である。

(2) u_1, u_2 は $u_1 u_2 + \boxed{\text{ス}}$ $u_1 + \boxed{\text{セ}}$ $u_2 = 0$ をみたす。

(3) u の最小値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

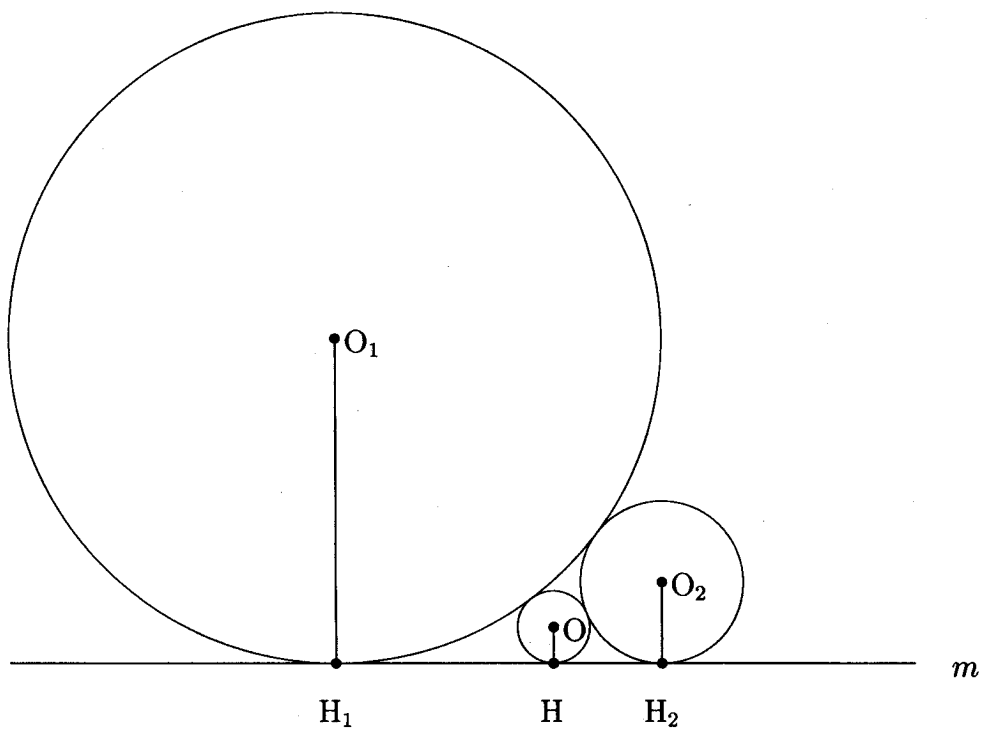
(4) $\alpha = \angle O_1 O O_2$ とおくと

$$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{タ}} (u + \boxed{\text{チ}})}{(u + \boxed{\text{チ}})^2 + \boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(5) $\tan \theta = u + \boxed{\text{チ}}$ とおくと, $\cos \alpha = \boxed{\text{テ}}$ $\sin 2\theta$ である。

(6) α が最大になるのは $\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときである。



B ☒