

(2006年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

以 下 余 白

次頁へ続く

1 (1) A 市に関する次の命題「すべての家庭にテレビがある」の否定命題を選んでマークせよ。

- ① どの家庭にもテレビがない。
- ② テレビをもつ家庭とテレビをもたない家庭が少なくとも 1 軒ずつある。
- ③ テレビのある家庭が少なくとも 1 軒ある。
- ④ テレビのない家庭が少なくとも 1 軒ある。

(2) 命題「関数 $f(x)$ はすべての $x \geq 0$ で $f(x) \geq 0$ をみたす」の否定命題を選んでマークせよ。

- ① 関数 $f(x)$ は、すべての $x \geq 0$ で $f(x) < 0$ をみたす。
- ② 関数 $f(x)$ は、すべての $x < 0$ で $f(x) < 0$ をみたす。
- ③ 関数 $f(x)$ は、ある $x \geq 0$ で $f(x) < 0$ をみたす。
- ④ 関数 $f(x)$ は、ある $x < 0$ で $f(x) \geq 0$ をみたす。

(3) 任意の $a > 0$ に対して, $x > 0$ においてつねに

$$x^2 + ax + a^2 - b^2 + 1 > 0$$

が成り立つための必要十分条件は あ である。

あ の選択肢	
① $-\frac{1}{2} < b < \frac{1}{2}$	② $-\frac{1}{2} \leq b \leq \frac{1}{2}$
③ $b < -\frac{1}{2}$ または $\frac{1}{2} < b$	④ $b \leq -\frac{1}{2}$ または $\frac{1}{2} \leq b$
⑤ $-1 < b < 1$	⑥ $-1 \leq b \leq 1$
⑦ $b < -1$ または $1 < b$	⑧ $b \leq -1$ または $1 \leq b$
⑨ $-2 < b < 2$	⑩ $-2 \leq b \leq 2$
⑪ $b < -2$ または $2 < b$	⑫ $b \leq -2$ または $2 \leq b$

(4) $g(x) = |x - 1| + |2x - 1| + |3x - 1| + |4x - 1|$ とする。

$g(x)$ は $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ のとき最小値 $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ をとる。

また, 3 直線 $x = 0, x = 1, y = 0$ と $y = g(x)$ のグラフとで囲まれる

図形の面積は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

2 次の 4 条件をみたす 3 次関数 $f(x)$ を考える。

- x^3 の係数は 1 で, $f(0) = 0$ である。
- $y = f(x)$ は $x = a$ で極大値 α をとる。
- $y = f(x)$ は $x = b$ で極小値 β をとる。
- $|\alpha| = |\beta|$

(1) $a < 0$ をみたす a を 1 つとり固定する。このとき, 上の 4 条件をみたす $f(x)$ は キ 個あり, そのなかで b が最小になるものは

$$b = \left(\text{ク} - \sqrt{\text{ケ}} \right) a \quad \cdots \cdots \text{①}$$

である。

(2) $a = -1$ とし, b を ① をみたすようにとったとき, $f(x)$ の極大値 α は

$$\alpha = \frac{\text{コ}}{\text{サ}} + \frac{\text{シ}}{\text{ス}} \sqrt{\text{セ}}$$

である。

(3) $a > 0$ のときは

$$b = \left(\text{ソ} + \sqrt{\text{タ}} \right) a$$

である。

3 X を, 1 から 9 までの 9 つの整数から, いくつかの整数を重複なく選んでできる集合とする。 X に対して, その中の 1 つ以上の相異なる数の和として表される整数の全体を $S(X)$ で表す。

たとえば, $X = \{1, 3\}$ のとき $S(X) = \{1, 3, 4\}$ である。

(1) X が 4 つの整数からなる集合のとき, $S(X)$ が 1 から 15 までのすべての整数を要素とするならば

$$X = \left\{ \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}, \boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}} \right\}$$

である。ただし $\boxed{\text{チ}} < \boxed{\text{ツ}} < \boxed{\text{テ}} < \boxed{\text{ト}}$ とする。

(2) $3 \in S(X)$ をみたす 3 つの整数からなる集合 X は $\boxed{\text{ナ}}$ 通りある。

(3) $10 \in S(X)$ をみたす 3 つの整数からなる集合 X は $\boxed{\text{二}}$ 通りある。

(4) $S(X)$ が 4 の倍数を要素としないとき, 3 つの整数からなる集合 X は

$$X = \left\{ \boxed{\text{ヌ}}, \boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}} \right\}$$

である。ただし $\boxed{\text{ヌ}} < \boxed{\text{ネ}} < \boxed{\text{ノ}}$ とする。