

(2006年度)

6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○		

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

以 下 余 白

次頁へ続く

1 a, b を実数とし, 実数 x, y に対し $x * y$ を

$$x * y = 2xy + ax + by$$

と定義する。

(1) すべての x, y に対して $x * y = y * x$ が成り立つための必要十分条件は あ である。

(2) すべての x, y, z に対して $(x * y) * z = x * (y * z)$ が成り立つための必要十分条件は い である。

(3) 条件「すべての x に対して $x * y = x$ 」をみたすような y が存在するための必要十分条件は う である。

(4) 条件「すべての y に対して $x * y = y$ 」をみたすような x が存在するための必要十分条件は え である。

(5) $a = b = 1$ とする。

このとき, 条件「すべての x に対し $x * y = x$ 」をみたすような y は $y =$ ア である。 $x * z = 0$ をみたす z が存在するための必要

十分条件は $x \neq \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

あ, い, う, え の選択肢

- | | |
|---|---------------------------------|
| ① $a = 0$ かつ $b = 0$ | ② $a = 0$ または $b = 0$ |
| ③ $a = 1$ かつ $b = 0$ | ④ $a = 1$ または $b = 0$ |
| ⑤ $a = 0$ かつ $b = 1$ | ⑥ $a = 0$ または $b = 1$ |
| ⑦ $a = 1$ かつ $b = 1$ | ⑧ $a = 1$ または $b = 1$ |
| ⑨ 「 $a = 0$ かつ $b = 0$ 」 または 「 $a = 1$ かつ $b = 1$ 」 | |
| ⑩ 「 $a = 0$ かつ $b = 1$ 」 または 「 $a = 1$ かつ $b = 0$ 」 | |
| ⑪ $a = b$ | ⑫ $a + b = 0$ ⑬ $2 + a + b = 0$ |

- 2 (1) $f(x) = x^3 + ax^2 - (b-1)x + 5$, $g(x) = x^2 + ax - b$ とする。
 $f(x)$ と $g(x)$ が同じ 1 次式により割り切れ、かつ $g(2) = 7$ とする。
 このとき

$$a = \boxed{\text{エ}}, \quad b = \boxed{\text{オ}}$$

であり, $f(x)$ と $g(x)$ の共通因数である 1 次式で x の係数が 1 になるものは, $x + \boxed{\text{カ}}$ である。

- (2) x^{1000} を $x^3 + x^2 + x + 1$ で割った余りは $\boxed{\text{キ}}x^2 + \boxed{\text{ク}}x + \boxed{\text{ケ}}$
 であり, 商の x^{100} の係数は $\boxed{\text{コ}}$ である。

- (3) $\triangle ABC$ において $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, $\angle ABC = 105^\circ$ とする。このとき $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \left(\boxed{\text{ス}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}} \right)$$

である。

- 3 xy 平面において軸が y 軸と平行な放物線 C_n , ただし $n = 0, 1, 2, \dots$ を以下のように順々に決める。

放物線 C_0 は原点を通り, 原点における C_0 の接線の傾き m_0 は 2 で, C_0 の頂点の y 座標は 1 とする。このとき, C_0 を表す式は

$$y = \boxed{\text{ソ}} x^2 + \boxed{\text{タ}} x$$

である。 $a_0 = 0$ とする。 C_0 は原点以外では, 点 $(a_1, 0)$ で x 軸と交わる。このとき $a_1 = \boxed{\text{チ}}$ である。点 $(a_1, 0)$ における C_0 の接線の傾きを m_1 とする。 xy 平面の放物線 C_1 は, 点 $(a_1, 0)$ を通り, そこでの接線の傾きは $|m_1|$ で, C_1 の頂点の y 座標は $\frac{1}{2}$ とする。このとき, C_1 を表す式は

$$y = \boxed{\text{ツ}} x^2 + \boxed{\text{テ}} x + \boxed{\text{ト}}$$

である。 C_1 は点 $(a_1, 0)$ 以外では, 点 $(a_2, 0)$ で x 軸と交わる。このとき $a_2 = \boxed{\text{ナ}}$ である。 C_0, C_1 が決まった。

$n \geq 2$ とし, 放物線 C_{n-1} が与えられたとき, C_{n-1} が x 軸と交わる点の座標を $(a_{n-1}, 0), (a_n, 0)$, ただし $a_{n-1} < a_n$ とし, 点 $(a_n, 0)$ における C_{n-1} の接線の傾きを m_n とする。放物線 C_n を, 点 $(a_n, 0)$ を通り, その点での接線の傾きが $|m_n|$ で, C_n の頂点の y 座標が $\frac{1}{2^n}$ となるものとし, また C_n が点 $(a_n, 0)$ 以外で x 軸と交わる点を $(a_{n+1}, 0)$ とする。このとき, 数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ が等比数列であることに注意すると,

$$a_n = \boxed{\text{ニ}} \left(1 + \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}^n} \right)$$

であることがわかる。