

(2006年度)

8 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は6ページ，4問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

ア から ハ には当てはまる数値を, あ から く には選択肢からもつともふさわしいものを, それぞれマークせよ。ただし, π は円周率とする。

- 1 2 曲線 $y = ax^2$, $y = \log x$ が互いに接する, すなわち, 共有点をもち, その共有点で共通の接線をもつものとする。ただし, 対数は自然対数とし, e は自然対数の底とする。

(1) a の値は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ あ である。

(2) 接点の座標は $(\text{い}, \frac{\text{ウ}}{\text{エ}})$ である。

(3) 2 曲線と y 軸および直線 $y = -1$ によって囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積は $\left(\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \text{う} - \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \text{え} \right) \pi$ である。ただし, オ, キ は正とする。

あ から え の選択肢:

(a) e	(b) e^2	(c) e^{-1}	(d) e^{-2}
(e) $\sqrt{e}$	(f) $\frac{1}{\sqrt{e}}$	(g) $\log(1+e)$	(h) $\frac{1}{\log(1+e)}$

2 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 12$ とし、集合 A を

$$A = \{x \mid f(x) > 0\}$$

で定める。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ケ}}$ で極大値 $\boxed{\text{コ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{サ}}$ で極小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとる。

(2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点は $(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}})$ である。

(3) $0 \in \boxed{\text{お}}$ A である。

以下、正の実数 a に対し、閉区間 $B = [0, a] = \{x \mid 0 \leq x \leq a\}$ を考える。

(4) $A \supset B$ となる正の実数 a は $\boxed{\text{か}}$ 。

(5) $A \supset B$ となる正の整数 a は $\boxed{\text{き}}$ 。

$\boxed{\text{お}}$ の選択肢: $(a) \in$ $(b) \notin$ $(c) \ni$ $(d) \not\supset$ $(e) =$ $(f) \subset$ $(g) \supset$

$\boxed{\text{か}}$ の選択肢:

- (a) 存在しない
- (b) 存在するが、そのうち最大のものは存在せず、かつ、 $A \supset B$ となるどの a よりも大きい実数が存在する
- (c) 存在するが、そのうち最大のものは存在せず、かつ、 $A \supset B$ となるどの a よりも大きい実数は存在しない
- (d) 存在し、かつ、そのうち最大のものが存在する

$\boxed{\text{き}}$ の選択肢:

- (a) 存在しない
- (b) 無数に存在する
- (c) 有限個存在し、そのうち最大のものは $\boxed{\text{d}}$ である
ただし、(c) を選んだ場合は、(c) にマークした上で、 $\boxed{\text{d}}$ にあてはまる数値を数値欄にマークせよ。

3 立方体の各面を白，黒の 2 色のいずれかに塗って，立方体を塗り分ける。このとき，各頂点に集まる 3 つの面が全ては同じ色にならないようにする。

(1) 立方体を回転させて同じになる塗り方を区別しないとき，塗り分け方は **ソ** 通りである。

(2) 立方体を固定して考え，回転して同じになる塗り方を全て区別して考えるとき，

(a) 白が 2 面に塗られる塗り分け方は **タ** 通りである。

(b) 白が 3 面に塗られる塗り分け方は **チ** 通りである。

(c) 塗り分け方は全部で **ツ** 通りである。

4 θ についての恒等式

$$\cos \theta + \cos(\theta + \phi_1) + \cos(\theta + \phi_2) = 0$$

がある。 ϕ_1, ϕ_2 は定数で、 $0 \leq \phi_1 \leq \phi_2 < 2\pi$ を満たす。

(1) $\phi_1 = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \pi, \phi_2 = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \pi$ である。

(2) $\cos^2 \theta + \cos^2(\theta + \phi_1) + \cos^2(\theta + \phi_2) = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(3) $\vec{a} = (1, 0), \vec{b} = (\cos \phi_1, \sin \phi_1), \vec{c} = (\cos \phi_2, \sin \phi_2)$ とするとき、次の位置ベクトル

$$\cos \theta \vec{a} + \cos(\theta + \phi_1) \vec{b} + \cos(\theta + \phi_2) \vec{c}$$

で表される点 P は半径 $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ の円周上に存在し、 θ が増加する場合、

点 P は $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{ク}}$ の選択肢：

- (a) 正の向きに回転する
- (b) 動かない
- (c) 負の向きに回転する
- (d) 正の向きに回転したり、負の向きに回転したりする