

(2006年度)

9 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は6ページ，4問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
 2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
 3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の**右側のみ**ミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
 4. 左側のミシン目は切り離してはならない。
 5. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
 6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
 7. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはいけない。
 8. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
 9. 訂正する場合は，消しゴムでいねいに消すこと。消し**くず**はきれいに取り除くこと。
 10. 問題①の解答は，記述式解答用紙Aに記入すること。
足りない場合は，その解答用紙の裏面に記入してよい。その他の部分には何も書いてはいけない。
 11. マーク式解答用紙の最下段の①の欄には記入しないこと。
 12. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
 13. 試験時間中に退場することはできない。
 14. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 15. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

問題 1 の解答は解答用紙 A（マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙）に記せ。解答用紙 A では、式だけでなく、解答の流れを文章も含めて適切に説明すること。

問題 2 から 4 の解答は、ア から ツ には当てはまる数値を、あ から え には選択肢からもっともふさわしいものを、それぞれマークせよ。ただし、 π は円周率とする。

1 x は t の関数で、 $t = 0$ のとき、 $x = 0$ であり、次の式を満たすとする。

$$\frac{dx}{dt} = 1 - \frac{4}{1 + e^{-x}}$$

このとき $y = e^x$ とおく。

- (1) $\frac{dy}{dt}$ を y で表せ。
- (2) $\frac{dt}{dy}$ を部分分数に分解し、 t を y で表せ。
- (3) t を y で表したときのグラフの概形を描き、 $\lim_{t \rightarrow \infty} y$ を求めよ。
- (4) $\lim_{t \rightarrow \infty} x$ を求めよ。

2 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 12$ とし、集合 A を

$$A = \{x \mid f(x) > 0\}$$

で定める。

- (1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ で極小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点は $(\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$ である。
- (3) $0 \leq \boxed{\text{あ}}$ A である。
- 以下、正の実数 a に対し、閉区間 $B = [0, a] = \{x \mid 0 \leq x \leq a\}$ を考える。
- (4) $A \cap B$ となる正の実数 a は $\boxed{\text{い}}$ 。
- (5) $A \cap B$ となる正の整数 a は $\boxed{\text{う}}$ 。

$\boxed{\text{あ}}$ の選択肢: $(a) \in$ $(b) \notin$ $(c) \ni$ $(d) \not\equiv$ $(e) =$ $(f) \subset$ $(g) \supset$

$\boxed{\text{い}}$ の選択肢:

- (a) 存在しない
- (b) 存在するが、そのうち最大のものは存在せず、かつ、 $A \cap B$ となるどの a よりも大きい実数が存在する
- (c) 存在するが、そのうち最大のものは存在せず、かつ、 $A \cap B$ となるどの a よりも大きい実数は存在しない
- (d) 存在し、かつ、そのうち最大のものが存在する

$\boxed{\text{う}}$ の選択肢:

- (a) 存在しない
- (b) 無数に存在する
- (c) 有限個存在し、そのうち最大のものは $\boxed{\text{d}}$ である
ただし、(c) を選んだ場合は、(c) にマークした上で、 $\boxed{\text{d}}$ にあてはまる数値を数値欄にマークせよ。

3 立方体の各面を白，黒の 2 色のいずれかに塗って，立方体を塗り分ける。このとき，各頂点に集まる 3 つの面が全ては同じ色にならないようにする。

(1) 立方体を回転させて同じになる塗り方を区別しないとき，塗り分け方は **キ** 通りである。

(2) 立方体を固定して考え，回転して同じになる塗り方を全て区別して考えるとき，

(a) 白が 2 面に塗られる塗り分け方は **ク** 通りである。

(b) 白が 3 面に塗られる塗り分け方は **ケ** 通りである。

(c) 塗り分け方は全部で **コ** 通りである。

4 θ についての恒等式

$$\cos \theta + \cos(\theta + \phi_1) + \cos(\theta + \phi_2) = 0$$

がある。 ϕ_1, ϕ_2 は定数で、 $0 \leq \phi_1 \leq \phi_2 < 2\pi$ を満たす。

(1) $\phi_1 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi, \phi_2 = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi$ である。

(2) $\cos^2 \theta + \cos^2(\theta + \phi_1) + \cos^2(\theta + \phi_2) = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(3) $\vec{a} = (1, 0), \vec{b} = (\cos \phi_1, \sin \phi_1), \vec{c} = (\cos \phi_2, \sin \phi_2)$ とするとき、次の位置ベクトル

$$\cos \theta \vec{a} + \cos(\theta + \phi_1) \vec{b} + \cos(\theta + \phi_2) \vec{c}$$

で表される点 P は半径 $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ の円周上に存在し、 θ が増加する場合、

点 P は $\boxed{\text{え}}$ 。

$\boxed{\text{え}}$ の選択肢：

- (a) 正の向きに回転する
- (b) 動かない
- (c) 負の向きに回転する
- (d) 正の向きに回転したり、負の向きに回転したりする