

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
0	-1	3	-1	-2	-2	-1

$y = 2^x$ とすると, $f(x) = g(y) = 4y^3 - 3y - 1$ と書き換えることができる.

(1) $f(x) = 0$ となる条件は

$$f(x) = 4y^3 - 3y - 1 = (y - 1)(2y + 1)^2 = 0$$

ここで $y = 2^x > 0$ より

$$y = 1 \quad \therefore x = 0$$

(2) $f(x) = -1$ となる条件は

$$f(x) = 4y^3 - 3y - 1 = -1$$

$$y(4y^2 - 3) = 0$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore x = -1 + \frac{1}{2} \log_2 3$$

(3) $g'(y) = 3(2y + 1)(2y - 1)$ より増減表は右のようになるので $f(x)$ は $y = \frac{1}{2}$ つまり $x = -1$ のときに最小値 -2 をとる.

y	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	(∞)
$g'(y)$		$-$	0	$+$	
$g(y)$	(-1)	$\searrow$	-2	$\nearrow$	(∞)

(4) $f(x) = a$ が相異なる 2 つの実数解を持つことは, $g(y) = a$ が $y > 0$ に相異なる 2 つの実数解を持つことと同値なので, (3) の増減表より, 求める a の範囲は

$$-2 < a < -1$$

ク	ケ	コ	サ	シ	ス
-1	1	1	-1	2	4

あ	い	う	え
a	a	a	b

(1)

$$\frac{1}{a}x^2 + \frac{1}{a}x - \frac{1}{4}a - \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore a = \frac{a}{2}, -\frac{a+2}{2}$$

この2解が等しくなる(つまり重解となる)条件は $a = -1$

(2)

$$|\alpha - \beta| = \left| \frac{a}{2} + \frac{a+2}{2} \right| = |a+1| = a+1 \quad (\because a > -1)$$

(3)

$$C: y = \frac{1}{a}x^2 + \frac{1}{a}x - \frac{1}{4}a - \frac{1}{2} = \frac{1}{a} \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4a}(a^2 + 2a + 1)$$

から、軸の方程式は $x = -\frac{1}{2}$ である。

また、放物線 C の式を a についての方程式と見たとき、 D に属する点は $a > 0$ に解をもたないので

$$y = \frac{1}{4a}(2x-a)(2x+a+2)$$

より、

1. $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ は解なしとなるので D に属する。
2. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ は $a = -1$ となるので D に属する。
3. $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ は解なしとなるので D に属する。
4. $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ は $a = 1$ となるので D に属さない。

(4) (3) と同様に考えると、 D に属するのは $(-1, 0)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(0, 1)$ の4個である。

セ	ソ	タ	チ	ツ
6	6	0	18	36

- (1) GCBA, GCD A, GFBA, GF EA, GHEA, GHDA の 6 通りである.
- (2) 先に対角線を通る経路が GBA, GE A, GDA の 3 通り, 先に辺を通る経路が GCA, GFA, GHA の 3 通りで合計 6 通り.
- (3) G から対角線 1 本と辺 1 本で行ける頂点は A, C, F, H であるが, そのいずれからでも辺 1 本で A に到達することはできない.
 また, G から辺 2 本で行ける頂点は B, D, E であるが, これも対角線 1 本で A に到達することはできない.
 したがって, 条件に当てはまる経路は 0 通りとなる.
- (4) 対角線-対角線-辺の順からなる経路が 6 通り, 対角線-辺-対角線の順からなる経路が 6 通り, 辺-対角線-対角線の順からなる経路が 6 通りあるので, 合計 18 通りである.
- (5) (4) と同様に考えると, 対角線-辺-辺-辺の順からなる経路が 6 通り, 辺-対角線-辺-辺の順からなる経路が 12 通りある.
 ここで, 残る 2 つの 辺-辺-対角線-辺の順からなる経路, 辺-辺-辺-対角線の順からなる経路は, G と A とを逆転させて考えると 対角線-辺-辺-辺の順からなる経路, 辺-対角線-辺-辺の順からなる経路に相当するので, 合計で $(6 + 12) \times 2 = 36$ 通りである.