

(2007年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消し**くず**はきれいに**取り除く**こと。
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

－ $\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

－ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

以 下 余 白

次頁へ続く

1 (1) 2 次方程式 $x^2 + 3x + 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とする。

(i) $\alpha^3 = \boxed{\text{ア}}$ $\alpha + 12$ であり, $\alpha^3 + 2\beta, \beta^3 + 2\alpha$ を 2 つの解とする

2 次方程式は $x^2 + \boxed{\text{イ}}$ $x + \boxed{\text{ウ}}$ $= 0$ である。

(ii) k を 1 でない定数とする。 $\frac{\alpha+k}{\alpha+1}, \frac{\beta+k}{\beta+1}$ ($k \neq 1$) を 2 つの解とする 2 次方程式は

$$2x^2 + \left(\boxed{\text{エ}} k + \boxed{\text{オ}} \right) x + \left(\boxed{\text{カ}} k^2 + \boxed{\text{キ}} k + \boxed{\text{ク}} \right) = 0$$

である。

(2) v を正の有理数とし,

$$A = v, \quad B = \frac{2}{v}, \quad C = \frac{1}{2} \left(v + \frac{2}{v} \right), \quad D = \frac{4}{v + \frac{2}{v}}, \quad E = \sqrt{2}$$

とする。 A, B, C, D, E の大小関係は

$$0 < v < \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \text{ ならば}$$

$$\boxed{\text{あ}} < \boxed{\text{い}} < \boxed{\text{う}} < \boxed{\text{え}} < \boxed{\text{お}} \text{ であり,}$$

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} < v \text{ ならば}$$

$$\boxed{\text{か}} < \boxed{\text{き}} < \boxed{\text{く}} < \boxed{\text{け}} < \boxed{\text{こ}} \text{ である。}$$

ただし, $\boxed{\text{あ}} \sim \boxed{\text{お}}, \boxed{\text{か}} \sim \boxed{\text{こ}}$ には, $A \sim E$ の中からそ

れぞれ正しいものを選べ。

- 2** a を実数とし、座標平面において次の式で与えられる放物線 C_1, C_2 を考える。

$$C_1 : y = 4x^2 - (a-1)^2x + 2a^2 - 10a + 15$$

$$C_2 : y = 3x^2 - (a^2 - 9)x - 2a + 5$$

- (1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるための必要十分条件は

$$\boxed{\text{コ}} < a < \boxed{\text{サ}}$$

である。このとき、 C_1 と C_2 の 2 つの交点を通る直線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{シ}} a^2 + \boxed{\text{ス}} a + \boxed{\text{セ}} \right) x + \boxed{\text{ソ}} a^2 + \boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}$$

である。

- (2) $a = 1$ とする。このとき、 C_1 と C_2 の両方に接する直線は 2 本あり、

$$\ell_1 : y = \boxed{\text{ツ}} x + \boxed{\text{テ}}$$

$$\ell_2 : y = 7 \left(\boxed{\text{ト}} x + \boxed{\text{ナ}} \right)$$

で与えられる。ここで $\boxed{\text{テ}} > \boxed{\text{ナ}}$ である。また、 C_1 の下側に

あり、 C_1, C_2, ℓ_1 で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

- 3** $\triangle OXY$ において $OX = OY = 5$, $\angle XOY = 30^\circ$ とする。M を辺 XY の中点とし, Z を $OZ = 2$ となる線分 OM 上の点とする。また, 点 P, Q, R はそれぞれ線分 OX, OY, OM 上を動くものとする。

(1) 点 Z と直線 OX の距離は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ノ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

- (2) $OR = 1$ のとき, $RQ + QZ$ の最小値を L とすると,

$$L^2 = \boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}} \text{ である。}$$

- (3) $RQ + QZ$ は $OQ = \boxed{\text{マ}} \sqrt{\boxed{\text{ミ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ム}}}$, $OR = \sqrt{\boxed{\text{メ}}}$ のとき, 最小値 $\boxed{\text{モ}}$ をとる。

- (4) $RP + PQ + QZ$ は $OP = \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ユ}}}$, $OQ = \sqrt{\boxed{\text{ヨ}}}$, $OR = \boxed{\text{ラ}}$ のとき, 最小値 $\sqrt{\boxed{\text{リ}}}$ をとる。

