

9 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は6ページ、4問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
 2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
 3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の**右側のみ**ミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
 4. 左側のミシン目は切り離してはならない。
 5. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
 6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
 7. 筆記具は、**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはならない。
 8. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
 9. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。**消しきずはきれいに取り除く**こと。
 10. 問題①の解答は、記述式解答用紙Aに記入すること。
足りない場合は、その解答用紙の裏面に記入してよい。その他の部分には何も書いてはならない。
 11. マーク式解答用紙の最下段の①の欄には記入しないこと。
 12. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
 13. 試験時間中に退場してはならない。
 14. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 15. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位													1 の 位												
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位													1 の 位												
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

問題 1 の解答は解答用紙 A (マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙) に記せ。解答用紙 A では、式だけでなく、解答の流れを文章も含めて適切に説明すること。

問題 2 から 4 の解答は、あ から え には選択肢から最もふさわしいものを、ア から ホ には当てはまる数値を、それぞれマークせよ。ただし、 e は自然対数の底、 π は円周率とする。

1 座標平面上の点 (x, y) が $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ の範囲を動くとき、点 $(x + y, xy)$ の動く範囲を図示せよ。また、このとき

$$\frac{xy + m}{x + y + 2} \quad (\text{ただし } m \text{ は定数})$$

の最大値を求めよ。

2 A, B, C を定数とし, x の関数

$$f(x) = Ae^x + B \sin x + Cx \sin x$$

を考える。

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ であるための必要十分条件は **あ** である。

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ が存在して有限の値であるための必要十分条件は **い** である。

(3) すべての x に対して $|f(x)| \leq M$ であるような, x によらない定数 M が存在するための必要十分条件は **う** である。

(4) $f(a) = 0$ を満たすいくらでも大きな a が存在するための必要十分条件は **え** である。

あ から **え** の選択肢

(a) $A = 0$

(h) $B = C = 0$

(b) $B = 0$

(i) $C = A = 0$

(c) $C = 0$

(j) $A = B = C = 0$

(d) $A \neq 0$

(k) $A > 0$

(e) $B \neq 0$

(l) $A > 0$ かつ $C > 0$

(f) $C \neq 0$

(m) $A > 0$ かつ $C > 0$ かつ $B = 0$

(g) $A = B = 0$

(n) $A \neq 0$ または $C \neq 0$

3 曲線 $y = x + \sin x$ と曲線 $x = y + \sin y$ の第 1 象限の部分を考える。

(1) 第 1 象限にあるこの 2 曲線の交点のうち原点 O に最も近い交点 P の座標は $(\boxed{\text{ア}} \pi, \boxed{\text{イ}} \pi)$ である。

(2) この 2 曲線の O, P の間にある部分で囲まれる図形の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) 第 1 象限にあるこの 2 曲線の交点のうち原点 O に 2 番目に近い交点 Q の座標は $(\boxed{\text{エ}} \pi, \boxed{\text{オ}} \pi)$ である。

(4) 曲線 $y = x + \sin x$, x 軸および点 Q から x 軸に下ろした垂線で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積は

$$\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi \boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \right) \pi^2$$

である。

4

座標平面上を運動する点 $P(x, y)$ の時刻 t ($0 \leq t < 2\pi$) における座標が

$$x = \sqrt{3} \cos t + \sin t$$

$$y = 2 \cos t \sin t + 1$$

であるとき、点 P のえがく曲線を C とする。

- (1) P が C 上を動くとき $t_1 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ で x は最大値 $\boxed{\text{シ}}$ をと

る。曲線 C と y 軸に平行な直線との共有点の個数の最大値は $\boxed{\text{ス}}$ であり、 C と x 軸に平行な直線との共有点の個数の最大値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

- (2) P が C 上を動くとき、点 $\left(\boxed{\text{ソ}}, \frac{\boxed{\text{タ}} - \sqrt{3}}{\boxed{\text{チ}}} \right)$ を異なる時

刻 $t_2 = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\pi$ と $t_3 = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\pi$ (ただし $t_2 < t_3$) で通過す

る。 $t = t_2$ のとき速度は $(\boxed{\text{ニ}}, \boxed{\text{ヌ}})$, $t = t_3$ のとき速度は $(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}})$ である。

- (3) 時刻 t において P から x 軸に下ろした垂線を PH とする。 t が $t_1 \leq t \leq t_2$ の範囲を動くとき、線分 PH が動いて作る図形の面

積は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} + \frac{\boxed{\text{フ}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。