

(2008年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) $\alpha_1 = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ は 4 次方程式 $x^4 + px^2 + q = 0$ の解である。

ただし, p, q は整数とする。このとき, $p = \boxed{\text{ア}}$, $q = \boxed{\text{イ}}$ である。この方程式の α_1 と異なる 3 つの解を $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ とすると

$$\frac{1}{\alpha_1^2} + \frac{1}{\alpha_2^2} + \frac{1}{\alpha_3^2} + \frac{1}{\alpha_4^2} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (2) x の整式 $A = x^4 + ax^2 + b$ と $B = x^2 + ax + b$ を考える。ただし, a, b は実数である。 A を B で割った余りを $cx + d$ とおくと

$$c = a \left(\boxed{\text{オ}} a^2 + \boxed{\text{カ}} a + \boxed{\text{キ}} b \right)$$

$$d = b \left(\boxed{\text{ク}} b + \boxed{\text{ケ}} a^2 + \boxed{\text{コ}} a + \boxed{\text{サ}} \right)$$

である。

A が B で割り切れるとき, $b \neq 0$ とすると, a は $\boxed{\text{シ}}$, $\boxed{\text{ス}}$,

$\boxed{\text{セ}}$ のいずれかである。ただし, $\boxed{\text{シ}} < \boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{セ}}$

である。

- 2 座標平面上の放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ ($a > 0$) と原点 O を結ぶ直線を ℓ とし、 A における C の接線を k とする。

- (1) k と ℓ のなす角を θ とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ である。このとき

$$\tan \theta = \frac{\boxed{\text{ソ}} a}{1 + \boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}} a^2}$$

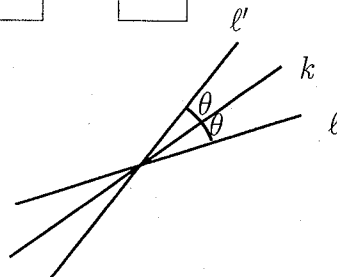
である。また、 $\tan \theta$ は

$$a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} \quad \text{のとき、最大値} \quad \frac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} \quad \text{をとる。}$$

- (2) k に関して ℓ と対称な直線を ℓ' とし、 ℓ' と x 軸のなす角を α とする。ただし、 $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ である。このとき

$$\tan \alpha = \boxed{\text{ニ}} a^3 + \boxed{\text{ヌ}} a^2 + \boxed{\text{ネ}} a + \boxed{\text{ノ}}$$

である。



- (3) C 上の A と異なる点 $P(p, p^2)$ と $A(a, a^2)$ ($a > 0$) を結ぶ直線を m とする。 k に関して m と対称な直線が y 軸と平行になるとき、

$$p = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} a^{-1}$$

である。

3

右の図①のように座標平面の $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4$ の範囲で x 座標も y 座標も整数である 25 個の点を考える。それぞれの点の座標を書いた 25 枚のカードから 1 枚を引き、点を 1 つ選ぶ。カードをもどし、再び 25 枚のカードから 1 枚を引き、点を 1 つ選ぶ。こうした試行を 4 回行う。この結果選ばれた点で凸四角形ができるとは、これらの点がある四角形の 4 つの頂点であり、どの 1 点も残りの 3 点でできる三角形の外部にあることとする。図②は凸四角形、図③は凸四角形ではない。

- (1) 3 点 $(0, 0), (2, 4), (4, 1)$ が選ばれているとき、もう 1 回の試行で

$$\text{凸四角形ができる確率は } \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{へ}}} \text{ である。}$$

- (2) 3 点 $(1, 1), (3, 3), (4, 2)$ が選ばれているとき、もう 1 回の試行で

$$\text{凸四角形ができる確率は } \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \text{ である。}$$

- (3) 2 点 $(2, 1), (2, 3)$ が選ばれているとき、あと 2 回の試行で長方形ができる確率は $\frac{a}{125}$ である。ただし、 $a = \boxed{\text{ミ}}$ である。

- (4) 2 点 $A(2, 0), B(2, 4)$ が選ばれているとき、あと 2 回の試行で直線 AB に関して対称な凸四角形ができる確率は $\frac{b}{625}$ である。ただし、 $b = \boxed{\text{ム}}$ である。また、直線 AB に関して対称でない凸四

$$\text{角形ができる確率は } \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} \text{ である。}$$

