

(2008年度)

6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5 ページ, 3 問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) 次の連立方程式を考える。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = 11 \\ x + y - xy = 9 \end{cases}$$

$x + y$, xy の値を求めると

$$x + y = \boxed{\text{ア}}, xy = \boxed{\text{イ}} \quad \text{あるいは}$$

$$x + y = \boxed{\text{ウ}}, xy = \boxed{\text{エ}} \quad \text{である。}$$

ここで $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする。 $x < y$ を満たす解は

$$x = \boxed{\text{オ}}, y = \boxed{\text{カ}} \quad \text{と} \quad x = \boxed{\text{キ}}, y = \boxed{\text{ク}}$$

である。ここで $\boxed{\text{オ}} < \boxed{\text{キ}}$ とする。

- (2) サイコロを3回投げる。最初に出た目を a_1 , 次に出た目を a_2 , 3回目に出た目を a_3 とする。

$$a_1 + a_2 = 2a_3 \text{ となる確率は } \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \text{ である。}$$

- (3) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ は空間のベクトルである。 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = \sqrt{22}$, $|\vec{c}| = 3\sqrt{2}$ であり, また $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 7$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = -4$ である。このとき

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} \text{ である。またベクトル } k\vec{a} + \vec{b} + l\vec{c} \text{ が } \vec{a} \text{ と}$$

$$\vec{b} \text{ に垂直であれば } k = \boxed{\text{シ}}, l = \boxed{\text{ス}} \text{ である。}$$

- 2 (1) 曲線 $y = |x^2 - 3x|$ と直線 $y = x$ とで囲まれた2つの部分の

面積の和は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

- (2) 曲線 $y = |x^2 - 3x|$ と直線 $y = kx$ の

共有点が3個であるための k の必要十分条件は $\boxed{\text{あ}}$,

共有点が2個であるための k の必要十分条件は $\boxed{\text{い}}$,

共有点が1個であるための k の必要十分条件は $\boxed{\text{う}}$ である。

$\boxed{\text{あ}} \sim \boxed{\text{う}}$ については、次の選択肢 (a)~(p) より正しいものを選べ。

$\boxed{\text{あ}} \sim \boxed{\text{う}}$ の選択肢

- | | | |
|---|---------------------|------------------|
| (a) $k > 3$ | (b) $k \geq 3$ | (c) $0 < k < 3$ |
| (d) $ k < 3$ | (e) $0 < k < 3$ | (f) $k < 0$ |
| (g) $-3 < k < 0$ | (h) $-3 \leq k < 0$ | (i) $k < -3$ |
| (j) $k \leq -3$ | (k) $ k > 3$ | (l) $ k \geq 3$ |
| (m) $ k > 3$ または $k = 0$ | | |
| (n) $ k \geq 3$ または $k = 0$ | | |
| (o) $k \geq 3$ または $k = 0$ または $k < -3$ | | |
| (p) $k > 3$ または $k = 0$ または $k \leq -3$ | | |

3 平面上に 4 点 $A(a, 0)$, $B(b, b+8)$, $C(0, c)$, $O(0, 0)$ があって、これらの 4 点は同一円周上にあるものとする。これらの点が次の条件

(i) 直線 OA 上のすべての点 (x, y) に対して、点 $(x+9y, 9x+4y)$ は直線 OB 上にある

を満たしているならば、 $b = \boxed{\text{タ}}$ であり、 $a + \boxed{\text{チ}}c = \boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。さらに、次の条件

(ii) 直線 AB 上のどの点 (x, y) に対しても、点 $(2x+y, 3x+4y)$ は (x, y) 自身と一致しない

も満たしているならば、 $a = \boxed{\text{テ}}$ である。したがって、条件 (i),

(ii) が満たされているとき、四角形 $ABCO$ の面積は $\boxed{\text{ト}}$ であり、直線 OB と直線 CB のなす角を α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)、直線 OB と直線 AC のなす角を β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$) とすると

$$\tan \alpha = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \quad \tan \beta = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。