

(2010年度)

2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ、3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数値が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1$ を満たす正の整数の組 (x, y) は ア 組あり、
そのうちで x が最大のものは

$$(x, y) = \left(\text{イ}, \text{ウ} \right)$$

である。

- (2) x の整式 $f(x)$ を $x^2 - 1$ で割った余りは $2x + 3$, $x^2 - x + 1$ で割った余りは $2x - 2$ である。このとき $f(x)$ を $x^3 + 1$ で割った余りは

$$\frac{\text{エ}}{\text{オ}}x^2 + \frac{\text{カ}}{\text{キ}}x + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$$

である。

- (3) $\triangle ABC$ において, $AB = 3$, $AC = 5$, $\angle A = 2\theta$, $\cos 2\theta = -\frac{1}{9}$ とし, $\angle A$ の 2 等分線と辺 BC との交点を D とすると,

$$\cos \theta = \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \text{ であり, } AD = \frac{\text{シ}}{\text{ス}} \text{ である。}$$

2 座標平面で、放物線 $y = x^2$ と円 $x^2 + (y - k)^2 = 1$ を考える。

(1) $k \geq 1$ のとき、この放物線と円がちょうど2点P, Qだけを共有

するならば $k = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり、Pの x 座標を正とすると、

Pの y 座標は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

以下では $k = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ とする。

(2) 点Pにおける共通の接線の方程式は

$$y = \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}x + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(3) 円の下側の弧PQと放物線により囲まれる図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} + \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \pi$$

である。

3 1回引くごとに確率 $\frac{1}{4}$ で当たりが出るくじがあり、当たりくじ2枚を賞金 512 円と引き換えることができる。

(1) くじを2回引いたときの賞金の期待値は 円である。

(2) くじを3回引いたときの賞金の期待値は 円である。

(3) くじを4回引いたときの賞金の期待値は 円である。

(4) くじを5回引いたときの賞金の期待値は 円である。

(5) くじを6回引いたときの賞金の期待値は 円である。

(6) サイコロを1回振って出た目の数だけくじを引くとする、賞金の期待値は 円である。