

(2010年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ、3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) $a = \log_2 3$, $b = \log_3 4$, $c = \sqrt[5]{6}$ とすると

$$\boxed{\text{あ}} < \frac{4}{3} < \boxed{\text{い}} < \frac{3}{2} < \boxed{\text{う}}$$

である。

- (2) $1 \leq A < B < C$ を満たす整数 A, B, C に対して、関数

$$f(x) = |Ax - 1| + |Bx - 1| + |Cx - 1|$$

を考える。 x は $0 \leq x \leq 1$ の範囲を動くものとする。

- (i) $C < A + B$ のとき、 $f(x)$ は $x = \frac{1}{\boxed{\text{え}}}$ で最小値をとる。

- (ii) $f(x)$ の最小値が 1 のとき

$$C = \boxed{\text{ア}} A + \boxed{\text{イ}} B$$

が成り立つ。

- (iii) $f(x)$ の最小値が 1, 最大値が 5 のとき、 $A = \boxed{\text{ウ}}$,

$$B = \boxed{\text{エ}} \text{ である。}$$

- (iv) $f(x)$ の最大値が 3 のとき、 $C = \boxed{\text{オ}}$ である。

2

ある高校の生徒を対象にして、A 大学、B 大学、C 大学への入試出願状況を調べた。結果は次のようになった。

- A 大学または B 大学に出願した生徒は 43 人。
- A 大学または C 大学に出願した生徒は 47 人。
- B 大学または C 大学に出願した生徒は 44 人。
- A 大学と B 大学に出願した生徒は 8 人。
- A 大学と C 大学に出願した生徒は 12 人。
- B 大学と C 大学に出願した生徒は 10 人。

(1) A 大学に出願した生徒の人数と B 大学に出願した生徒の人数の和は カ である。

(2) A 大学に出願した生徒は キ 人である。C 大学に出願した生徒は ク 人である。

(3) A 大学だけに出願した生徒の人数を a 、B 大学だけに出願した生徒の人数を b 、C 大学だけに出願した生徒の人数を c 、A 大学、B 大学、C 大学すべてに出願した生徒の人数を d とする。このとき

$$a - d = \text{ケ}, \quad b - d = \text{コ}, \quad c - d = \text{サ}$$

である。

(4) A 大学、B 大学、C 大学のうち 1 校だけに出願した生徒の人数は 43 であった。A 大学、B 大学、C 大学すべてに出願した生徒の人数は シ である。A 大学、B 大学、C 大学のうち少なくとも 1 校に出願した生徒の人数は ス である。

- 3** 定数 a は $a > 1$ とする。座標平面上に 3 点 $P(1, 0)$, $Q(0, a)$, $R(-1, 0)$ を考える。さらに、点 $T(0, t)$ ($0 < t < a$) を考え、直線 PQ , QR , RP それぞれに関して T と対称な点を順に A, B, C とする。

(1) 点 A の座標を (x, y) とすると

$$x = \frac{\boxed{\text{セ}} at + \boxed{\text{ソ}} a^2}{a^2 + \boxed{\text{タ}}}$$

$$y = \frac{\left(\boxed{\text{チ}} a^2 + \boxed{\text{ツ}} \right) t + \boxed{\text{テ}} a}{a^2 + \boxed{\text{ト}}}$$

である。

(2) 三角形 ABC の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ナ}} a^2}{\left(a^2 + \boxed{\text{ニ}} \right)^2} \left(\boxed{\text{ヌ}} at^2 + \boxed{\text{ネ}} a^2 t + \boxed{\text{ノ}} t + a \right)$$

である。

(3) 三角形 ABC の面積が三角形 PQR の面積に等しいとき

$$t = \frac{a^2 + \boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}} a}$$

が成立する。