

(2010年度)

6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ、3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

以 下 余 白

次頁へ続く

- 1 (1) 整式 x^{14} を 整式 $x^3 - 1$ で割った余りは

$$\boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

- (2) 整式 $x^{14} + 2x^{12} - x^{10}$ を 整式 $x^3 - 1$ で割った余りは

$$\boxed{\text{エ}} x^2 + \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (3) 整式 $x^{14} + 2x^{12} - x^{10}$ を 整式 $x^2 + x + 1$ で割った余りは

$$\boxed{\text{キ}} x + \boxed{\text{ク}}$$

である。

- (4) a, b を定数とする。整式 $x^{14} + ax^{10} + bx^6 + 2x^5 + 4x^3 + 1$ が
整式 $x^2 + x + 1$ で割り切れるとき

$$a = \boxed{\text{ケ}}, b = \boxed{\text{コ}}$$

である。

- (5) 整式 $x^{99} - 1$ を 整式 $x^3 + x^2 + x + 1$ で割った余りは

$$\boxed{\text{サ}} x^2 + \boxed{\text{シ}} x + \boxed{\text{ス}}$$

である。

- 2 座標平面において、曲線 $C: y = (x-2)^3$ 上の点 $P(t, (t-2)^3)$ における接線を ℓ とする。

(1) ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{セ}} \left(t + \boxed{\text{ソ}} \right)^2 x + \boxed{\text{タ}} \left(t + \boxed{\text{チ}} \right)^2 \left(t + \boxed{\text{ツ}} \right)$$

である。

(2) $t \neq \boxed{\text{テ}}$ のとき、 ℓ と C は異なる 2 つの共有点を持ち、 P と異なる共有点の x 座標は $\boxed{\text{ト}} t + \boxed{\text{ナ}}$ である。

(3) t が $0 < t < 2$ を動くとき、 x 軸、 y 軸および直線 ℓ で囲まれる

部分の面積は、 $t = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ をとる。

3 袋に玉が1個入っている。サイコロを投げ

- 出た目が1または2ならば、袋から玉を1個取り出す。
- 出た目が3または4ならば、袋に玉を1個入れる。
- 出た目が5または6ならば、袋の玉はそのままにする。

袋の中に玉がある限りこの操作を続行し、袋の中に玉がなくなったとき操作を終了する。

(1) 3回以下の操作で、操作を終了する確率は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(2) 3回の操作で、袋の中の玉が3個になる確率は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

(3) n 回の操作で袋の中の玉が n 個になる確率は

$$\left(\boxed{\text{ホ}} n + \boxed{\text{マ}} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

である。

(4) $n \geq 2$ とする。 n 回の操作で袋の中の玉が $(n-1)$ 個になるのは、次の2通りの場合である。

(i) $(n-1)$ 回「玉を入れ」、1回「玉を取り出す」場合。

この場合の確率は

$$\left(\boxed{\text{ミ}} n + \boxed{\text{ム}} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

である。

(ii) $(n-2)$ 回「玉を入れ」、2回「そのままにする」場合。

この場合の確率は

$$\frac{1}{2} \left(\boxed{\text{メ}} n^2 + \boxed{\text{モ}} n \right) \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

である。

- (5) $n \geq 3$ とする。 n 回の操作で袋の中の玉が $(n - 2)$ 個になる確率は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}n^3 + \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}n^2 + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}n + \boxed{\text{レ}} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

である。