

(2011年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) $x > 1$ とする。

$$\sqrt{\log_2 x} > \log_2 \sqrt{x}$$

を満たす x の値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) x の関数

$$y = \sqrt{2}(\sin x - \cos x) - \sin x \cos x + 1 \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。

(i) $t = \sin x - \cos x$ とおくと、

$$y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} t^2 + \sqrt{\boxed{\text{オ}}} t + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

が成り立つ。

(ii) $x = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$ で y は最大値 $\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとり、

$x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$ で y は最小値 $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ をとる。

- 2 Oを原点とする座標平面上に、放物線 $F: y = x^2 + 1$ および、点 $A(5, 0)$ を中心とする半径 4 の円 C がある。 F 上に点 $P(t, t^2 + 1)$, C 上に点 $Q(a, b)$ をとる。

- (1) P における放物線 F の接線と直線 AP とが直交するとき、

線分 AP の長さは $\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

- (2) Q を固定し、 P のみが動くとする。 $\triangle OPQ$ の面積は $t = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \frac{b}{a}$

で最小値をとる。その最小値を a で表すと

$$\frac{1}{8} \left(\boxed{\text{ト}} a + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{a} + \boxed{\text{ニ}} \right)$$

である。

- (3) P, Q がともに動くとする。 $\triangle OPQ$ の面積は $a = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$

で最小値

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$$

をとる。

- 3** 正 n 角形の頂点から同時に 3 点を選び、それらを頂点とする三角形を作る。ただし、どの 3 点が選ばれるかは同様に確からしいとする。

(1) $n = 6$ のとき、三角形が直角三角形となる確率は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

(2) $n = 8$ のとき、三角形が鈍角三角形となる確率は $\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$ である。

- (3) n が偶数のとき、三角形が直角三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{モ}}}{n + \boxed{\text{ヤ}}}$$

であり、三角形が鈍角三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \left(\frac{n + \boxed{\text{ラ}}}{n + \boxed{\text{リ}}} \right)$$

である。

- (4) n が 6 の倍数のとき、三角形が正三角形以外の二等辺三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ル}} \left(n + \boxed{\text{レ}} \right)}{\left(n + \boxed{\text{ロ}} \right) \left(n + \boxed{\text{ワ}} \right)}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ロ}} > \boxed{\text{ワ}}$ とする。

