

(2011年度)

6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5 ページ, 3 問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 a, b, c は整数で, $a \geq 1, b \geq 0, c \geq 0$ とする。 x の 2 次式 $P(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。

(1) $P(1) = 2$ を満たす $P(x)$ は全部で ア 個存在する。

(2) 条件：

『 $P(n) = 5$ を満たす自然数 n が存在する』

を満たす $P(x)$ は全部で イ 個存在する。

このような $P(x)$ のうち, $P(3) = 17$ を満たすものは

$$P(x) = \text{ウ} x^2 + \text{エ} x + \text{オ}$$

である。

(3) 条件：

『 $P(n) = 3$ を満たす自然数 n が存在し, かつ,
任意の自然数 m に対して $P(m)$ が奇数である』

を満たす $P(x)$ のうち, a が最大のものは

$$P(x) = \text{カ} x^2 + \text{キ} x + \text{ク}$$

であり, a が最小のものは

$$P(x) = \text{ケ} x^2 + \text{コ} x + \text{サ}$$

である。

2 $\triangle ABC$ において $BC = 4$, $\tan \frac{B}{2} = \frac{1}{3}$, $\tan \frac{C}{2} = \frac{1}{5}$ とする。

(1) $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) $\sin B = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$, $\sin C = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(3) $AB = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(4) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

- 3 xyz 空間内の正四面体 ABCD を考える。頂点 A, B, C, D はすべて原点 O を中心とする半径 1 の球面 S 上にある。A の座標は $(0, 0, 1)$ であり、B の x 座標は正、 y 座標は 0 である。また、C の y 座標は D の y 座標より大きい。

(1) B, C, D の z 座標は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(2) C の x 座標は $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(3) O を端点とし $\triangle ABC$ の重心を通る半直線が S と交わる点を P とする。線分 AP の長さは $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ 、ベクトル $\overrightarrow{AP}$ と

ベクトル $\overrightarrow{BP}$ の内積は $\boxed{\text{ホ}}$ である。

以後、四面体 PABC を V_P で表す。

(4) $\triangle APB$ の面積は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

- (5) (3) で $\triangle ABC$ に対して点 P および四面体 V_P を定めたときと同様に、 $\triangle ACD$, $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ に対してそれぞれ点 Q, R, T および四面体 V_Q , V_R , V_T を定める。四面体 ABCD と V_P , V_Q , V_R , V_T をあわせた立体を V とすると、 V の表面積は $\boxed{\text{ム}}$ であり、

V の体積は $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。

