

(2011年度)

5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1

(1)

$$\alpha = \left\{ \left(\frac{413}{8} \right)^{\frac{1}{2}} + 6 \right\}^{\frac{1}{3}} - \left\{ \left(\frac{413}{8} \right)^{\frac{1}{2}} - 6 \right\}^{\frac{1}{3}}$$

は整数を係数とする3次方程式

$$2x^3 + \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}} = 0$$

の解である。

- (2) $f(x) = x^3 - 4x$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上に2点 $P(t-1, f(t-1))$, $Q(t+1, f(t+1))$ をとる。線分 PQ が曲線 $y = f(x)$ と P, Q 以外の点で交わるための t の条件は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} < t < \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- 2 座標平面上に曲線 $C : y = -x^2$ および、 C 上の 2 点 $A(a, -a^2)$, $B(b, -b^2)$ (ただし $a < b$) を考える。 A における C の接線を ℓ , B における C の接線を m とする。2 直線 ℓ, m の交点を $P(x, y)$ とする。

- (1) $P(x, y)$ の各座標を a, b で表すと,

$$x = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} a + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} b, \quad y = \boxed{\text{シ}} ab$$

である。

- (2) ℓ と m が直交するように A, B が C 上を動くとき、 $P(x, y)$ は常に

$$\boxed{\text{ス}} x + \boxed{\text{セ}} y - 1 = 0$$

を満たす。

- (3) $\angle APB = 135^\circ$ であるように A, B が C 上を動くとき、 $P(x, y)$ は常に

$$\boxed{\text{ソ}} x^2 + \boxed{\text{タ}} \left(y + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \right)^2 + 1 = 0$$

を満たし、 $x = 0$ のとき $P(0, y)$ の y 座標は

$$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

- 3** M を 2 以上の整数とし, 0 から $M - 1$ までの各整数を書いたカードが 1 枚ずつ合計 M 枚, 箱の中に入っているものとする。この箱の中から 1 枚のカードを取り出し, カードに書かれている数を調べて箱に戻す試行を考える。
- この試行を n 回行ったとき, 箱から取り出した n 枚のカードに書かれている数の和が偶数である確率を P_n で表す。

(1) $M = 2$ のとき, $P_n = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(2) $M = 3$ のとき,

$$P_1 = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}, \quad P_2 = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。また,

$$P_n = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}} \right)^n + \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$$

である。

(3) M が偶数のとき,

$$P_n = \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$$

である。また M が奇数のとき,

$$P_n = \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}} \left(\frac{1}{M} \right)^n + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$$

である。

