

(2012年度)

5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \log_4 32x - \log_8 64x + \log_{16} 8x$$

とする。 $5 \leq f(x) \leq 10$ となるための必要十分条件は

$$2^a \leq x \leq 2^b, a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) 関数 $g(x)$ を

$$g(x) = 4 \cos^2 \frac{x}{2} + 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \sqrt{3} \sin x$$

とする。 $0 \leq x < 2\pi$ とすると、 $x = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$ のとき $g(x)$ は
最大値をとる。

(3) m と n を $m \geq n$ を満たす正の整数とする。3 辺の長さがそれぞれ $m+1$, m , n であり、それらの和が 100 以下であるような直角三角形は、全部で $\boxed{\text{オ}}$ 個ある。また、そのうち面積が最も大きいものの斜辺の長さは $\boxed{\text{カ}}$ である。

- 2 直線 $y = x - 1$ 上の点 $A(a, a - 1)$ を通り、放物線 $y = x^2$ に接する直線を、 ℓ, m とする。ただし、 ℓ の方が m よりも傾きが大きいものとする。

(1) 直線 ℓ の傾きを a で表すと

$$\boxed{\text{キ}} \left(a + \sqrt{a^2 + \boxed{\text{ク}} a + \boxed{\text{ケ}}} \right)$$

である。

- (2) 直線 ℓ, m と放物線 $y = x^2$ との接点をそれぞれ P, Q とする。線分 PQ と放物線 $y = x^2$ で囲まれた部分の面積 S を a で表すと

$$S = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \left(a^2 + \boxed{\text{シ}} a + \boxed{\text{ス}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

であり、 $a = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき、 S は最小値 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ をとる。

- (3) 放物線 $y = x^2$ 上の点で直線 $y = x - 1$ との距離が最小であるのは $\left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right)$ で、その距離は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

- 3 大きさの同じ N 個の正方形を、図 1 のように左端からつめて高さを 3 段までに並べる。このとき、各段の正方形の数はその 1 つ下の段の正方形の数以下とする。例えば、 $N = 4$ の場合、図 2 のように 4 通りの並べ方がある。

- (1) 上のような並べ方は、 $N = 5$ のとき $\boxed{\text{ノ}}$ 通り、 $N = 6$ のとき $\boxed{\text{ハ}}$ 通り、 $N = 7$ のとき $\boxed{\text{ヒ}}$ 通りである。

- (2) 高さが 2 段までの並べ方は、

$$N \text{ が偶数のとき, } \left(\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} N + \boxed{\text{ホ}} \right) \text{ 通り,}$$

$$N \text{ が奇数のとき, } \left(\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} N + \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \right) \text{ 通りである。}$$

- (3) $N = 6n$ (n は自然数) のとき、高さが 3 段までの並べ方を考える。3 段目の正方形が m 個であるような並べ方が a_m 通りあるとする。図 1 は $N = 12$, $m = 3$ のときの並べ方の一例である。
 m が偶数のとき、

$$a_m = \boxed{\text{モ}} n + \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} m + \boxed{\text{ヨ}}$$

- m が奇数のとき、

$$a_m = \boxed{\text{ラ}} n + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}} m + \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$$

である。したがって、 $N = 6n$ のとき、高さが 3 段までの並べ方は全部で

$$\boxed{\text{ワ}} n^2 + \boxed{\text{ヲ}} n + \boxed{\text{ン}}$$

通りである。

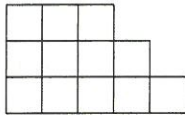


図 1

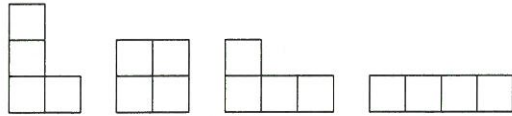


図 2

