

(2013年度)

2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

- 1 (1) $f(x)$ は 3 次の整式で $f(0) = 0$ を満たす。このとき、任意の実数 a に対して

$$f(a+1) - f(a) = a^2$$

であれば

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x^3 + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x^2 + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x$$

である。

- (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ において、 $\sin \theta > \cos \theta$ かつ $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ が成り立つとき

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3) a を定数とする。関数 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 3a$ は、

$$a \neq \boxed{\text{ケ}} \text{ のとき, } x = \boxed{\text{コ}} a \text{ と } x = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} a \text{ で極値をとる。}$$

$$\text{ただし } \boxed{\text{コ}} < \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ とする。 } x \text{ の方程式 } f(x) = 0 \text{ が}$$

ただ 1 つの実数解をもつような整数 a の最大値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

- 2 $AB = AC = 3$ である $\triangle ABC$ を考える。 $\triangle ABC$ の内部に点 P があり、 BP の延長と辺 AC との交点を D とおく。 $\triangle ABC$, $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ の面積をそれぞれ S, S_1, S_2, S_3 とおくとき

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 2 : 3$$

が成立している。 $\angle BAC = \alpha$ とおく。

(1) $AD = \boxed{\text{セ}}$ である。 $\triangle PDA$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} S$ である。

(2) $BD = \boxed{\text{チ}}$ BP である。 $BP^2 = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \cos \alpha$
である。

(3) $AP^2 = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} + \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \cos \alpha$ である。

(4) α が変化するとき $\frac{BP}{AP}$ がとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} < \frac{BP}{AP} < \boxed{\text{フ}}$$

である。

3 6つの面すべてに図のような各面を9等分する平行線の入った立方体 ABCD-EFGH において、G から A まで立方体の辺または平行線上を歩いて行く最短経路を考える。ただし、辺は両端点を含むものとする。

(1) C を通って G から A まで行く最短経路は 通りある。

(2) 辺 BC 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は 通りある。

(3) 辺 BC もしくは辺 CD 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は 通りある。

(4) 辺 EF もしくは辺 EH 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は 通りある。

(5) G から A まで行く最短経路は 通りある。



