

(2013年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に-26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

- 1 (1) θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。 x の 2 次方程式

$$x^2 \sin \theta - x \cos 2\theta + \sin \theta = 0$$

が重解を持つとき

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

- (2) 関数

$$y = \left(\log_3 \frac{x}{27} \right) \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{x} \right) \quad \left(\frac{1}{3} \leq x \leq 27 \right)$$

は、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき

最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

- (3) 整式 $P(x)$ を $x-2$ で割ると -3 余り、 x^2+x+3 で割ると $3x+9$ 余る。このとき、 $P(x)$ を x^3-x^2+x-6 で割ったときの余りは $\boxed{\text{ケ}} x^2 + \boxed{\text{コ}} x + \boxed{\text{サ}}$ である。

- 2 O を原点とする座標平面上に直線 $l: y = 2x$ および原点を通る直線 m がある。 m は傾きが正で、 l とのなす角が $\frac{\pi}{4}$ である。点 P は直線 l の下側かつ m の上側の領域を $OP = 1$ を満たしながら動く。 l に関して P と対称な点を Q , m に関して P と対称な点を R とする。

(1) m の傾きは $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) Q が y 軸上にあるとき、 P の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \right)$ である。

(3) 直線 OP と直線 m とのなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) とおく。

$\triangle PQR$ の面積は $\theta = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$

をとる。このとき $\tan \theta = \boxed{\text{ヌ}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ であり、直線 OP

の傾きは $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} + \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

3

数 1, 2, 3 がそれぞれ 2 つの面に書かれた立方体のさいころ (1, 2, 3 の目がそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出るさいころ) を投げたとき出た目の数を a とし, 3 枚の硬貨を同時に投げたとき表の出た枚数を b とする。

(1) a の期待値は ホ, b の期待値は $\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}$ である。

(2) 上記のさいころと硬貨を使って A 君と B 君が勝負をする。 $a > b$ のとき A 君の勝ち, $a < b$ のとき B 君の勝ち, $a = b$ のときは引き分けとする。

(i) 1 回の勝負で, 引き分ける確率は $\frac{\text{ム}}{\text{メ}}$ である。

(ii) 1 回の勝負で, B 君が勝つ確率は $\frac{\text{モ}}{\text{ヤ}}$ である。

(iii) 2 回の勝負で, A 君の勝った回数の方が B 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\text{ユ}}{\text{ヨ}}$ である。

(iv) 2 回の勝負で, B 君の勝った回数の方が A 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\text{ラ}}{\text{リ}}$ である。

(v) 3 回の勝負で, A 君の勝った回数の方が B 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\text{ル}}{\text{レ}}$ である。

