

(2013年度)

5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
 2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
 3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
 4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
 5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
 6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
 7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
 8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
 9. 試験時間中に退場してはならない。
 10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0 または 正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に-26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) $\frac{1}{2} \log_3 384 + \log_9 108 - \log_{\sqrt{3}} 6 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \log_3 2$ である。

(2) $\frac{4}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} \sqrt{2} + \boxed{\text{オ}} \sqrt{3} + \boxed{\text{カ}} \sqrt{6}$
 である。

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq |x^2 - 2x| \\ y \leq -x + 6 \\ |x| \leq 2 \end{cases}$$

の表す座標平面上の領域を D とする。

(i) D の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(ii) (x, y) が D を動くとき, $4x + y$ の最大値は $\boxed{\text{ク}}$, 最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

2

座標空間の3点 $A(2, 0, 1)$, $B(3, 0, 3)$, $C(2, 1, -1)$ を考える。さらに,
 $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$ とおく。

(1) $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角を θ ($0 < \theta < \pi$) とすると, $\sin \theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ で

ある。

(2) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3) 点 $P\left(1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$ がある。点 Q が $\overrightarrow{PQ} \perp \vec{b}$, $\overrightarrow{PQ} \perp \vec{c}$ を満たす必要十分条件は、ある実数 t に対し、点 Q の座標が

$$\left(\boxed{\text{セ}}t + \boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}t + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, t - \frac{1}{6} \right)$$

と表されることである。

点 H が $\overrightarrow{PH} \perp \vec{b}$, $\overrightarrow{PH} \perp \vec{c}$ を満たし、さらに、3点 A, B, C が定める平面上にあるとき、点 H の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, \boxed{\text{ナ}}, \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \right)$$

である。

(4) 四面体 $ABCP$ の体積は $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

3 k を 2 以上の整数とし, 方程式

$$3x + 2y + z = 6k - 1$$

を考える。

(1) 方程式の正の整数解の組 (x, y, z) の個数は, $k = 2$ のとき ハ,

$k = 3$ のとき ヒ である。

(2) 方程式の正の整数解の組 (x, y, z) において, x のとりうる値の個数は, フ $k +$ ヘ である。

(3) 方程式の正の整数解の組 (x, y, z) の個数は,

ホ $k^2 +$ マ $k +$ ミ である。

以下, k を 2 以上の偶数とする。

(4) 方程式の正の整数解の組 (x, y, z) のうち $x \leq k$ を満たすものの個数は,

$$\frac{\text{ム}}{\text{メ}} k^2 + \text{モ} k + \text{ヤ}$$

である。

(5) 方程式の正の整数解の組 (x, y, z) のうち $x \leq k, z \leq 3k$ を同時に満たすものの個数は,

$$\frac{\text{ユ}}{\text{ヨ}} k^2 + \text{ラ} k + \text{リ}$$

である。