

(2014年度)

2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

- 1** 正三角形 ABC において、点 A から辺 BC に下ろした垂線を AD、点 B から辺 AC に下ろした垂線を BE とする。△ABD の内心を O とするとき、内接円 O の半径は 1 である。円 O と 3 辺 AB, AD, BD との接点をそれぞれ F, G, H とする。

(1) $AE = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $AF = \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) $AO = \sqrt{\boxed{\text{オ}}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{オ}} < \boxed{\text{カ}}$ とする。

(4) $FG = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

- (5) 円 O の点 H を含まない弧 FG と線分 AF および線分 AG で囲まれた図形の面積は

$$\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$$

である。

- 2 座標平面において、放物線 $C: y = -x^2 + 3x$ と直線 $\ell: y = \frac{1}{2}x$ で囲まれた領域を S とする。ただし、 S は境界線を含むものとする。

(1) C と ℓ の共有点は、原点 O と点 $(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}})$ である。

- (2) 点 $P(-1, 3)$ を通り傾きが a の直線 m が、領域 S と共有点をもつとする。このとき、 a の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}} \leq a \leq \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

(3) $a = \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ のとき、直線 m と領域 S の共有点を Q とすると、 Q の x 座標は $\boxed{\text{ニ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(4) $\triangle OPQ$ の面積は $\boxed{\text{ネ}} + \boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

- (5) 線分 OP 、線分 PQ および放物線 C で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$$

である。

3 座標平面上に3点

$$A(1, 0), \quad B(\cos 2t, \sin 2t), \quad C(\cos(-t), \sin(-t))$$

がある。ただし、 $0 < t < 2\pi$ とする。

- (1) 3点 A, B, C のうち、少なくとも2点が一致するような t は全部

で 個あり、その中で最大の t は $\frac{\text{ム}}{\text{メ}}\pi$ である。

以下3点 A, B, C の座標がすべて異なる場合を考える。

- (2) $\triangle ABC$ が直角三角形となるような t は全部で 個あり、

その中で最大の t は $\frac{\text{ヤ}}{\text{ユ}}\pi$ である。

- (3) $\triangle ABC$ が $AC = BC$ を満たすような t は全部で 個あり、

その中で最大の t は $\frac{\text{ラ}}{\text{リ}}\pi$ である。

- (4) $\triangle ABC$ が $AB = BC$ を満たすような t は全部で 個あり、

その中で最大の t は $\frac{\text{レ}}{\text{ロ}}\pi$ である。

