

(2014年度)

## 5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

### 受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

## マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に -26 をマークする場合。

|   | 符号 | 10 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|----|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | —  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
|   | ○  | ●      | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| イ | —  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
|   | ○  | ○      | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$  を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$  とする。

0 を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$  とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \sqrt{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$  とする。

$-x^2+x$  を,  $\boxed{\phantom{00}}x^2+\boxed{\phantom{00}}x+\boxed{\phantom{00}}$  にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$  とする。

1 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = a \sin 2x - \sin x + \cos x$$

とする。ただし、 $a$  を負の実数とする。

(1)  $t = -\sin x + \cos x$  とおくと、 $f(x)$  は  $t$  を用いて

$$\boxed{\text{ア}} at^2 + \boxed{\text{イ}} t + \boxed{\text{ウ}} a$$

と表される。

(2)  $f(x)$  は、 $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}} < a < 0$  のとき、

$$\text{最大値 } \boxed{\text{キ}} a + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

$$\text{最小値 } \boxed{\text{ケ}} a + \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

をとり、 $a \leq \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$  のとき、

$$\text{最大値 } \boxed{\text{シ}} a + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

$$\text{最小値 } \boxed{\text{セ}} a + \frac{1}{\boxed{\text{ソ}} a}$$

をとる。

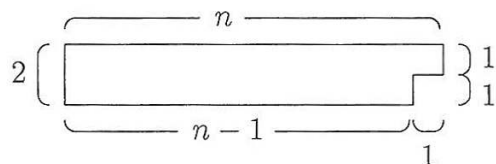
2

一辺の長さが1の正方形のタイルと、辺の長さが1と2の長方形のタイルの2種類のタイルを並べて、縦の長さ2、横の長さ $n$ の長方形を形作ることを考え、タイルの並べ方の総数を $a_n$ とする。 $n=1$ の

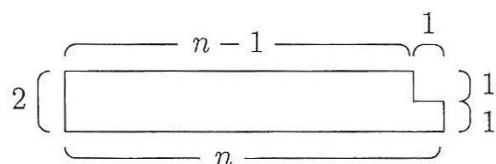
とき、  のように  $a_1 = 2$  であり、 $n=2$  のとき、



のように  $a_2 = 7$  である。また、



のような図形を上記の2種類のタイルで形作るときのタイルの並べ方の総数を $b_n$ とし、



のような図形を上記の2種類のタイルで形作るときのタイルの並べ方の総数を $c_n$ とする。このとき、 $b_1 = c_1 = 1$ 、 $b_2 = c_2 = 3$  である。以下の問いに答えよ。

(1)  $a_3 =$  タ ,  $b_3 =$  チ ,  $c_3 =$  ツ である。

(2)  $b_n = \boxed{\text{テ}}$   $c_n$  であることに注意すると,

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ト}} a_n + \boxed{\text{ナ}} a_{n-1} + \boxed{\text{ニ}} b_n \quad (n \geq 2)$$

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ヌ}} a_n + \boxed{\text{ネ}} b_n \quad (n \geq 1)$$

である。よって,  $n \geq 2$  のとき, 漸化式

$$a_{n+2} = \boxed{\text{ノ}} a_{n+1} + \boxed{\text{ハ}} a_n + \boxed{\text{ヒ}} a_{n-1}$$

$$b_{n+2} = \boxed{\text{フ}} b_{n+1} + \boxed{\text{ヘ}} b_n + \boxed{\text{ホ}} b_{n-1}$$

を得る。

(3)  $a_4 = \boxed{\text{マ}}$  である。

3

2つのさいころ A, B について, 1 から 6 までのそれぞれの目が出る確率は  $\frac{1}{6}$  であるとする。2つのさいころを投げ, A の目を  $m$ , B の目を  $n$  とする。さらに, 座標平面上の 2つの放物線  $C_1$  と  $C_2$  を, 次の条件を満たすものとする。

$C_1$ : 原点 O を頂点とし, 下に凸で, 点  $P(m, n)$  を通る

$C_2$ : 点  $\left(0, \frac{13}{2}\right)$  を頂点とし, 上に凸で, 点  $P(m, n)$  を通る

- (1) 放物線  $C_1$  と  $C_2$  の方程式をそれぞれ  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  とするとき,

$$f(x) = \frac{n}{m^2}x^2, \quad g(x) = \frac{1}{m^2} \left( \boxed{\text{ニ}} n + \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \right) x^2 + \frac{13}{2}$$

である。

- (2)  $x \geq 0$  の範囲で, 放物線  $C_1, C_2$ , および  $y$  軸で囲まれた領域の

面積  $S$  を  $m$  と  $n$  の式で表すと,  $\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}m + \boxed{\text{ユ}}n$  である。

したがって,  $S$  の期待値は  $\frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$  である。また,  $10 \leq S \leq 20$

を満たす  $(m, n)$  の組合せは, 全部で  $\boxed{\text{リ}}$  通りある。

- (3)  $C_1$  と  $C_2$  の点  $P(m, n)$  における接線を, それぞれ  $l_1, l_2$  とおく。

$l_1$  と  $l_2$  は,  $(m, n) = \left( \boxed{\text{ル}}, \boxed{\text{レ}} \right)$  のときに垂直に交わる。

このとき,  $l_1$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標は  $x = \boxed{\text{ロ}}$ , また,

$l_2$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標は  $x = \frac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$  である。