

(2015年度)

## 5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ、4問である。)

### 受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し、所定の欄に氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は、解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき、マーク欄からはみ出したり、白い部分を残したり、文字や番号、○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

## マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。  
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7、イ に－26をマークする場合。

|   | 符号 | 10 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|----|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | －  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
|   | ○  | ●      | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| イ | －  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
|   | ○  | ●      | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$  とする。

0 を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$  とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \sqrt{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$  とする。

$-x^2+x$  を、 $\boxed{\phantom{00}}x^2+\boxed{\phantom{00}}x+\boxed{\phantom{00}}$  にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$  とする。

**1** (1) 座標平面上の放物線

$$y = (x - 29)^2 - 3600$$

と  $x$  軸の共有点の  $x$  座標は  ア  と  イ  である。

ただし  ア  <  イ  とする。

(2)  $x + y = 1$  かつ  $0 < x < 1$  を満たす実数  $x, y$  に対して

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad B = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \left(1 + \frac{1}{y^2}\right)$$

とおく。

(i)  $A$  のとり得る値の最小値は  ウ  である。

(ii) すべての  $x, y$  に対して

$$B = \text{ エ } A^2 + \text{ オ } A + \text{ カ }$$

が成り立つ。

(iii)  $B$  のとり得る値の最小値は  キ  である。

2

赤いカードと青いカードが10枚ずつあり、それぞれ0から9までの数字が1つずつ書かれている。これら20枚から数枚を選ぶときの、選び方に関する次の条件 $P$ を考える。

$P$ : 選んだカードのうち、赤いカードに書かれた数字はすべて偶数である。

- (1)  $P$ であるための必要十分条件を下の選択肢からすべて選べ。ただし、選択肢に正解がない場合は、Zをマークせよ。
- (2)  $P$ の否定を下の選択肢からすべて選べ。ただし、選択肢に正解がない場合は、Zをマークせよ。

選択肢:

- A 選んだカードのうち、青いカードに書かれた数字はすべて奇数である。
- B 選んだカードのうち、奇数が書かれたカードはすべて青い。
- C 選んだカードのうち、偶数が書かれたカードはすべて赤い。
- D 選んだカードのうちに、偶数が書かれた青いカードが存在する。
- E 選んだカードのうちに、奇数が書かれた赤いカードが存在する。
- F 選んだカードのうちに、偶数が書かれた青いカードは存在しない。
- G 選んだカードのうちに、奇数が書かれた赤いカードは存在しない。

- 3** 平面上に長さ5の線分 AB がある。B を中心とする半径4の円周上を点 C が動く。ただし、C は直線 AB 上にはないとする。A で直線 AB に接し C を通る円を O とする。直線 BC と円 O の交点のうち、C でない点を D とする。

(1)  $CD = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である。

(2) 円 O の半径のとり得る長さの最小値は  $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

(3)  $\triangle ACD$  のとり得る面積の最大値は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

(4)  $\cos \angle ADC$  のとり得る値の最小値は  $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である。

(5) 円 O の半径と  $\triangle ABC$  の外接円の半径が一致するとき  $AD = \boxed{\text{タ}}$  である。

- 4 1 から 9 の整数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから 1 枚ずつ 2 回カードを取り出す。最初に取り出したカードを元に戻してから次のカードを取り出す場合を「戻す場合」といい、最初のカードを戻さずに次のカードを取り出す場合を「戻さない場合」ということにする。最初に取り出したカードに書かれている数を  $a$  とし、次に取り出したカードに書かれている数を  $b$  とする。

(1) 戻す場合、 $8 \leq a + b \leq 12$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$  であり、

戻さない場合、 $8 \leq a + b \leq 12$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$  である。

(2) 戻す場合、 $60 \leq ab \leq 70$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$  であり、

戻さない場合、 $60 \leq ab \leq 70$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。

(3) 戻す場合、 $60 \leq ab + a + b \leq 70$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$  であり、

戻さない場合、 $60 \leq ab + a + b \leq 70$  となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$  で

ある。



