

(2015年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

1

- (1) 座標平面において、1 次関数 $y = 4x + 2$ が表す直線を ℓ とし、 ℓ 上に点 $P(1, 6)$ をとる。また、2 次関数 $y = f(x)$ が表す放物線を C とする。

- (i) C が点 P で ℓ と接し、かつ C が点 $(0, 1)$ を通るとき、

$$f(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

- (ii) C が点 P で ℓ と接するとき、 C の頂点は直線

$$y = \boxed{\text{エ}} x + \boxed{\text{オ}}$$

上に存在する。

- (2) 複素数 z の虚部を $\text{Im}(z)$ で表すことにする。

2 次方程式 $x^2 - 4x + 9 = 0$ の異なる 2 つの解を α, β とし、
 $x^2 - 2x + 2 = 0$ の異なる 2 つの解を α', β' とする。ただし、
 $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(\beta)$ および $\text{Im}(\alpha') > \text{Im}(\beta')$ とする。このとき、

2 数 $\frac{\alpha}{\alpha'}, \frac{\beta}{\beta'}$ を解とする 2 次方程式の 1 つは、

$$x^2 + \left(\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \right) x + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} = 0$$

である。

- 2 O を原点とする座標空間において、 $OA = 2$, $OB = 1$,
 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -1$ を満たす点 A と点 B を考え、直線 AB 上に
 点 P をとる。ただし、 $AB > AP$ とする。

$$(1) \quad OP \perp AB \text{ のとき, } OP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ である。}$$

- (2) $\triangle OBP$ が二等辺三角形であるとき、

$$OP^2 = 1, \quad AP = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}},$$

または

$$OP^2 = \boxed{\text{タ}} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}},$$

$$AP = \boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}},$$

または

$$OP^2 = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \quad AP = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。ただし、

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} < \boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} < \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$$

とする。

- (3) 座標空間に, $OC = 2$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1$, $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 1$ を満たす点 C をとる。3 点 O, A, B の定める平面を α とし, 点 C から平面 α に垂線 CQ を下ろす。このとき,

$$CQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} \text{ であり, 四面体 OABC の体積は } \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}} \text{ で}$$

ある。

- 3 1 個のさいころを 2 回投げ, 1 回目に出た目を m , 2 回目に出た目を n とする。ここで, さいころの 1 から 6 までのそれぞれの目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である。

さいころの出た目にもとづいて, 座標平面に 3 点 $A(0, 1)$, $B\left(\cos \frac{n\pi}{m}, \sin \frac{n\pi}{m}\right)$, $C(0, -1)$ をとり, $\triangle ABC$ の面積を S とする。ただし, 点 B が点 A または点 C と一致する場合は $S = 0$ とする。

(1) S がとりうる値は, 0 を含めて全部で マ 通りある。

(2) S がとりうる値のうち, 小さい方から k 番目の値を s_k とする。

$$\text{このとき, } s_1 = 0, s_2 = \frac{\boxed{\text{ミ}} + \sqrt{\boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メ}}}, s_4 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{モ}}}}{\boxed{\text{ヤ}}} \text{ であ}$$

る。また, $S = s_2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$, $S = s_4$ となる確率は

$\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}$ である。