

(2015年度)

6 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ，4問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでいいねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7、 イ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を、 $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) $\frac{5}{6} < \log_{10} 7 < \frac{6}{7}$ であることを用いると、 7^{42} は 桁の整数であることがわかる。さらに、 $7^2 < 50$ であることと $\log_{10} 2 > \frac{3}{10}$ であることを用いると、 $\log_{10} 7 < \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ であることがわかり、これより、 7^{41} は 桁の整数であることがわかる。

(2) $\log_{10} 15$ に最も近い値は であり、

$\log_{10} 17$ に最も近い値は であり、

$\log_{10} 19$ に最も近い値は である。

ただし、近似値として、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてよい。

, , の選択肢 :

- (a) 1.13 (b) 1.18 (c) 1.23 (d) 1.28
 (e) 1.33 (f) 1.38 (g) 1.43 (h) 1.48

2 a を正の実数とし、関数 $f(x) = \sin x + a \sin 3x$ を考える。

(1) $a = 2$ のとき、

$$f(x) = \boxed{\text{オ}} \sin x + \boxed{\text{カ}} \sin^n x, \quad \text{ただし } n = \boxed{\text{キ}},$$

である。

(2) $x = \frac{\pi}{2}$ で $f(x)$ が最大値をとるときの a の範囲は

$$0 < a \leq \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ である。}$$

(3) $a > \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ の範囲で、 $f(x)$ の最大値がもっとも小さくなるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \text{ のときである。}$$

このとき $f(x)$ の最大値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり、

最大値を与える x に対して、 $\sin x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

- 3 実数からなる集合 A, B, C を以下のように定義する。

$$A = \left\{ x \mid \sin \frac{\pi}{2} x > -\frac{1}{7} x \right\}$$

$$B = \{ x \mid 0 < x < b \}$$

$$C = \{ x \mid x \geq c \}$$

ただし, b, c は正の実数とする。

- (1) -1 A である。また, 5 A である。

, の選択肢:

(a) $\in$ (b) $\notin$ (c) $\ni$ (d) $\nexists$ (e) $=$ (f) $\subset$ (g) $\supset$

- (2) $B \cap C$ が空集合であるための必要十分条件は である。

の選択肢:

(a) $b = c$ (b) $b < c$ (c) $b \leq c$ (d) $b > c$
(e) $b \geq c$ (f) $b \leq 1$ (g) $b \leq 1$ かつ $c \geq 1$

- (3) $A \supset B$ となる b のうち, 整数で最大のものは である。

また, $A \supset C$ となる c のうち, 整数で最小のものは である。

- (4) S は実数からなる集合とする。「集合 S が連結である」とは, 「 S のどの 2 つの要素 x, y に対しても,

条件: 実数 z が $x < z < y$ を満たすならば $z \in S$

が成り立つ」ことである。

$A \cap B$ が連結であるような b のうち, 整数で最大のものは である。また, $A \cap C$ が連結であるような c のうち, 整数で最小のものは である。

4 xyz 空間において, xy 平面上に 4 点

$$A_1(1, 0, 0), \quad B_1(0, 1, 0), \quad C_1(-1, 0, 0), \quad D_1(0, -1, 0)$$

を頂点とする正方形 $A_1B_1C_1D_1$ がある。 $0 < \theta < \pi$ とし, この正方形 $A_1B_1C_1D_1$ を xy 平面上で原点を中心に角 θ だけ回転させた後で z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した正方形を $A_2B_2C_2D_2$ とする。

動点 P_1, P_2 が, それぞれ点 A_1, A_2 から同時に出発し, 正方形 $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ の周上を, 同じ速さで同じ向きに一周する。このとき, 線分 P_1P_2 が動いてできる曲面と正方形 $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2$ とで囲まれる立体を V とする。

(1) 線分 P_1P_2 の長さの最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ト}} + \boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{き}}}$ であり,
 線分 P_1P_2 の長さの最小値は $\sqrt{\boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{く}}}$ である。

(2) $0 < h < 2$ とするとき, 平面 $z = h$ による立体 V の断面は, 一辺の長さが

$$\sqrt{\boxed{\text{ネ}} + \left(\boxed{\text{ノ}} h^2 + \boxed{\text{ハ}} h \right) \left(1 - \boxed{\text{け}} \right)}$$

の正方形であり, その一辺の長さは $h = \boxed{\text{ヒ}}$ のとき最小である。

(3) 立体 V の体積は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{へ}}} + \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \boxed{\text{こ}}$ である。

(4) θ が π に限りなく近づくととき, 立体 V の体積は $\frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ に収束する。

き ~ こ の選択肢：

(a) $\sin \theta$ (b) $\cos \theta$ (c) $\tan \theta$ (d) $\sin^2 \theta$ (e) $\cos \theta \sin \theta$

(f) $\frac{1}{\sin \theta}$ (g) $\frac{1}{\cos \theta}$ (h) $\frac{1}{\tan \theta}$

