

(2016年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ、3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に、試験監督者から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し、所定の欄に氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は、解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき、マーク欄からはみ出したり、白い部分を残したり、文字や番号、○や×をつけたりしてはならない。また、マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

- 1 (1) 1 から 777 までの整数で 4 の倍数のうち、5 の倍数でも 6 の倍数でもない数は 個あり、その総和の下 2 桁は である。
ただし、 について、十の位が 0 の場合は、解答欄の 10 の位は 0 をマークすること。

- (2) a を定数とし、

$$f(x) = 9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+\frac{3}{2}} + 3a - 1$$

とする。方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつような

$$a \text{ の範囲は, } \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < a < \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \text{ である。}$$

- (3) 次の 2 つの曲線 C_1 および C_2 を考える。

$$C_1 : y = |x - 1|(x + 3)$$

$$C_2 : y = |x + 1|(-x + 3)$$

C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積は、

$$\frac{\text{キ}}{\text{ク}} + \text{ケ} \sqrt{\text{コ}}$$

である。

2

1辺の長さが1の立方体OABC-DEFGを考える。正方形OABC, OAED, OCGDがそれぞれ xy 平面, xz 平面, yz 平面に重なるように、この立方体を座標空間上におく。

点Pは、立方体OABC-DEFGの表面を移動し、原点Oを出発した後、移動距離が最短になるように点Dへ進んで停止する。ただし、Pは線分AE, BF, CG(いずれも端点を含む)上の点をこの順に通過するものとする。Pが立方体の表面BCGF上にある場合を考え、Pから直線OFに垂線PHを下ろす。

- (1) PとHの z 座標をそれぞれ v, w とする。 a が実数で $0 \leq a \leq 1$ のとき、Pの x 座標が a ならば、 v, w を a で表すと、

$$v = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad w = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。また、線分PHの長さを a で表すと、

$$PH = \sqrt{\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}a^2 + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}a + \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}}$$

である。

(2) PH を最小にする P の位置を Q とするとき, $\triangle OQF$ の面積は

$\frac{\sqrt{\text{ノ}}}{\text{ハ}}$ である。また, O から Q への P の移動距離を ℓ , Q から

D への P の移動距離を m とするとき, $\ell = \frac{\text{ヒ}}{\text{フ}} \sqrt{\text{ヘ}}$ で

あり, $\frac{\ell}{m} = \frac{\text{ホ}}{\text{マ}}$ である。

3 (1) $2016_{(7)}$ を 10 進法で表すと, $\boxed{\text{ミ}}$ である。

(2) m と n を整数とし, $2 \leq m < n \leq 9$ を満たすとする。また, これらの m と n について,

$$10101_{(n)} - 10101_{(m)}$$

を 10 進法で表した数を k とおく。

(i) k が 21 の倍数となる (m, n) の組は, $\boxed{\text{ム}}$ 組ある。これらの組の中で $m+n$ が最大になるのは, $m = \boxed{\text{メ}}$, $n = \boxed{\text{モ}}$ のときである。

(ii) $m = \boxed{\text{メ}}$, $n = \boxed{\text{モ}}$ とし, このときの k の値を K とする。 K を m 進法で表すとき, m^2 の位の数字は $\boxed{\text{ヤ}}$ である。また, K を n 進法で表すとき, n^2 の位の数字は $\boxed{\text{ユ}}$ である。