

(2016年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位												1 の 位											
ア	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	
イ	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

- 1 $\triangle ABC$ について、 $AB = 5$ 、 $AC = 3$ 、 $45^\circ < A < 90^\circ$ 、 $\tan 2A = -\frac{\sqrt{15}}{7}$ であるとする。 $0 < x < \frac{5}{2}$ を満たす実数 x について、辺 AB 、 AC 上のそれぞれに点 P 、 Q を $AP = 2x$ 、 $CQ = x$ となるようにとる。

(1) $\cos A = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $PQ^2 = \boxed{\text{ウ}} x^2 + \boxed{\text{エ}} x + \boxed{\text{オ}}$ であり、 PQ は $x = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$

のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ をとる。また、このとき、 $\triangle APQ$

の外接円の半径は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

- (3) 辺 PQ の中点を M とし、辺 AM の M を越える延長線と $\triangle APQ$ の外接円との交点を R とする。

$$AM^2 = x^2 + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} x + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であり、 AM が最小値をとるとき、 $MR = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

2 実数 x, y に対して, 連立不等式

$$\begin{cases} y > 1 \\ \frac{1 - \log_y(x^2 - 1) - \log_y 2}{2 - \log_x y - \log_x 2} > 0 \end{cases} \dots\dots ①$$

を考える。

(1) $x > 0, y > 0$ が連立不等式 ① を満たすための必要十分条件は,

$$\begin{cases} y > 1 \\ \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} x^2 < y < \boxed{\text{ニ}} x^2 + \boxed{\text{ヌ}} \end{cases} \dots\dots ②$$

である。

(2) 連立不等式 ② および $0 < x \leq 2$ を満たす領域を D とする。
さらに, D とその境界線をあわせて D' とする。

(i) D' の面積は,

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} + \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{フ}}$ とする。

(ii) 点 (x, y) が D' 内を動くとき, $y - 10x$ の最大値は

$$\boxed{\text{ヘ}} + \boxed{\text{ホ}} \sqrt{\boxed{\text{マ}}} \text{ であり, 最小値は } \boxed{\text{ミ}} \text{ である。}$$

3 正の整数 i, j, k, ℓ が

$$i + \frac{1}{i} + j + \frac{1}{j} + k + \frac{1}{k} = \ell \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を満たすとする。

(1) $\textcircled{1}$ を満たす (i, j, k, ℓ) の組は $\boxed{\Delta}$ 通りある。

(2) 正の整数を係数とする 3 次関数

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

を考える。 $\textcircled{1}$ を満たす (i, j, k, ℓ) の組を 1 つ選び、この組を構成する 4 つの整数から 1 つずつ取り出して a_0, a_1, a_2, a_3 の順に代入する。ただし、4 つの整数はそれぞれ 1 回しか代入しないものとする。例えば、 (i, j, k, ℓ) が $(1, 1, 1, 6)$ であるとき、 a_0, a_1, a_2, a_3 に代入する方法は 4 通りあり、そのうちの 1 つは、

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 6, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 1$$

である。

このようにして定めた $f(x)$ が極大値と極小値をもち、さらに極値をとる 2 つの x の値の積が整数である場合、

$$a_0 = \boxed{\text{メ}}, \quad a_1 = \boxed{\text{モ}}, \quad a_2 = \boxed{\text{ヤ}}, \quad a_3 = \boxed{\text{ユ}}$$

である。

