

(2016年度)

6 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ, 4問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に-26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

- 1 (1) n を 5 以上の自然数とする。1 から n までの自然数から 3 つ選ぶとき、それらが互いに隣り合わないような選び方は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \left(n - \boxed{\text{ウ}} \right) \left(n - \boxed{\text{エ}} \right) \left(n - \boxed{\text{オ}} \right)$$

通りである。ただし、 $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

- (2) x の整式 $P = x^3 - x^2 + 1$ を $Q = x^2 - x + 1$ で割った余りを R , Q を R で割った余りを S とすれば,

$$S = \left(\boxed{\text{カ}} x + \boxed{\text{キ}} \right) P + \left(\boxed{\text{ク}} x^2 + \boxed{\text{ケ}} \right) Q$$

が成り立つ。

- (3) 複素数 z が $|z| = 1$ を満たすとする。 $w = \frac{4z}{1-2z}$ とおくと、 w は

$$\left| w + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right| = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

を満たす。

- 2 四面体 OABC があり、次の条件が満たされているものとする。

$$\begin{aligned}\vec{OA} \cdot \vec{OB} &= \frac{1}{2}, & \vec{OB} \cdot \vec{OC} &= \frac{1}{2}, & \vec{OC} \cdot \vec{OA} &= 0, \\ |\vec{OA}|^2 &= 1, & |\vec{OB}|^2 &= \frac{3}{2}, & |\vec{OC}|^2 &= 1\end{aligned}$$

- (1) 点 B を通り、平面 OAC に垂直な直線と平面 OAC の交点を H とする。このとき、

$$\vec{OH} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{OC}, \quad |\vec{BH}| = \boxed{\text{ツ}}$$

である。

- (2) 四面体 OABC の体積は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

- (3) 辺 OA 上に点 P, 辺 BC 上に点 Q があり、 $\vec{PQ}$ は $\vec{OA}$ および $\vec{BC}$

と直交しているとする。このとき、 $\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \vec{OA}$ であり、

四面体 PABQ の体積は四面体 OABC の体積の $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ 倍である。

3 関数

$$f(x) = a \sin \left\{ \left(\frac{x}{2} + b \right) \pi \right\} + c$$

を考える。ただし、 a, b, c は定数で $a > 0, -1 < b \leq 1$ とする。

$$(1) f(-1) = 0, f(0) = 0, f(1) = 1 \text{ のとき } a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}, b = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

$$(2) f(-1) = 0, f(0) = -1, f(1) = 1 \text{ のとき, } b \text{ はただ一つに定まり}$$

$$\cos(b\pi) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}} \text{ である。}$$

(3) 次の集合 A, B を考える。

$$A = \{-1, 0, 1\}, \quad B = \{f(-1), f(0), f(1)\}$$

(i) $A \supset B$ となる a, b, c の組は $\boxed{\text{マ}}$ 通りあり、このうち $f(x)$

が $-1 < x < 1$ で最小値をとるものは $\boxed{\text{ミ}}$ 通りある。

(ii) $A = B$ となる a, b, c の組は $\boxed{\text{ム}}$ 通りある。

4

(1) 関数 $f(t) = \sqrt{1 + \cos t}$ について、 $0 \leq t \leq \pi$ のとき

$$f'(t) = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} \sqrt{1 + \boxed{\text{ヤ}} \cos t}$$

が成り立つ。

(2) xy 平面上を動く点 P の時刻 t における座標 (x, y) が

$$\begin{cases} x = 2 \cos t + \cos 2t \\ y = 2 \sin t - \sin 2t \end{cases}$$

で与えられている。

(i) 点 P が描く曲線は $\boxed{\text{あ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{あ}}$ には右の
選択肢から最も適切なものを選び。

(ii) $0 < t < \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \pi$ のとき、 x は単調に減少し y は単調に増加

する。 $\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \pi < t < \pi$ のとき x は単調に増加し、 y は単調

に減少する。 $t = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \pi$ のとき、 P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}, \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}} \sqrt{\boxed{\text{ロ}}} \right)$$

である。

(iii) 点 P が描く曲線で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ワ}}$ π である。

また, $t = 0$ から $t = \pi$ までに P が動く道のりは $\boxed{\text{ヲ}}$ である。

選択肢：



