

(2018年度)

5 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ, 4問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位												1 の 位											
ア	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	
イ	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

- 1 座標平面上に原点 O と点 A(1, 0) がある。点 P は

$$\angle PAO = 2\angle POA$$

を満たしながら y 座標が正の範囲を動く。

- (1) P の軌跡は曲線

$$\boxed{\text{ア}} \left(x + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \right)^2 + \boxed{\text{エ}} y^2 = 1$$

の第 1 象限の部分と一致し、直線

$$y = \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \left(x + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \right)$$

を漸近線にもつ。

- (2) k を実数とし、P から直線 $x = k$ に垂線 PH を下ろす。 $\frac{PH}{AP}$ が常

に一定の値であるとき、 $k = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ 、 $\frac{PH}{AP} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

- (3) $\angle PAO = \theta$ とすると

$$AP = \frac{\boxed{\text{シ}}}{1 + \boxed{\text{ス}} \cos \theta}$$

が成り立つ。

- 2 ある食堂はランチとして A 定食か B 定食のいずれか一方を提供する。A 定食を提供した次の営業日は等しい確率で A 定食か B 定食のどちらかを提供し、B 定食を提供した次の営業日は必ず A 定食を提供する。1 日目には A 定食を提供することがわかっているとす。

(1) 3 日目に A 定食が提供される確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) n 日目に A 定食が提供される確率は

$$\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \left(\left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)^{n-1} + \boxed{\text{ト}} \right)$$

である。ただし n は 1 以上の整数とする。

(3) 6 日目に A 定食が提供されたことがわかっているという条件のもとで、3 日目にも A 定食が提供されていた確率は $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(4) 1 日目から n 日目までに提供される定食の可能な組合せのうち、 n 日目が A 定食であるものの総数を a_n とする。このとき、 $a_5 = \boxed{\text{ヌ}}$ である。また、1 日目から 10 日目までに提供される定食の可能な組合せの総数は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

3

座標空間において、原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円が xy 平面上にある。この円を底面とし、 $A(0, 0, \sqrt{2})$ を頂点とする円錐^{すい}を考える。A と底面の円周上の点 $B(-\sqrt{2}, 0, 0)$ を結ぶ線分 AB の中点を C とする。点 P は線分 CA 上を動き、 $CP = a$ とする。P を通り線分 AB と垂直に交わる平面でこの円錐を切ったときの断面積を $S(a)$ とする。

$$(1) S(0) = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}} \text{ である。}$$

$$(2) S(a) \text{ は } a = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \text{ のとき最大値 } \sqrt{\boxed{\text{ホ}}} \text{ をとる。}$$

(3) C を通り線分 AB と垂直に交わる平面で円錐を 2 つの立体に分けると、頂点 A を含む方の立体の体積は

$$\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \sqrt{\boxed{\text{ム}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{メ}}}}{\boxed{\text{モ}}} \pi$$

である。

4 座標平面において、方程式

$$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$$

の表す曲線 C を考える。

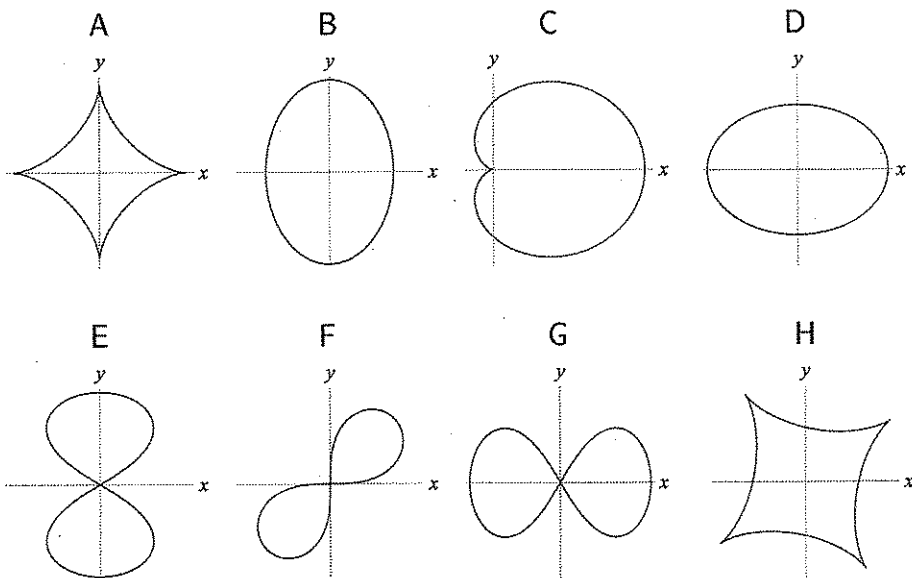
- (1) C 上の点 P と 2 点 $A(a, a)$, $B(-a, -a)$ ($a > 0$) との距離の積

$$PA \cdot PB \text{ が常に一定の値であるとき, } a = \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}, PA \cdot PB = \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$$

である。

- (2) 極座標 (r, θ) に関する C の極方程式が $r^s = \sin(t\theta)$ と表される
とき, $s = \boxed{\text{リ}}$, $t = \boxed{\text{ル}}$ である。

- (3) C の概形として最もふさわしいものを下から選べ。



- (4) C 上の点で x 座標が最大である点 M の偏角を θ_0 ($0 \leq \theta_0 < 2\pi$)

$$\text{とすると, } \theta_0 = \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \pi \text{ である。}$$

- (5) M を通り y 軸に平行な直線を ℓ とする。 C 上の点を極座標で (r, θ) と表すとき, C の $0 \leq \theta \leq \theta_0$ の部分と, x 軸, および ℓ で

囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$ である。

- (6) C で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ン}}$ である。

