

(2019年度)

1 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能を使用してはならない。また, スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消したうえで, 消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ $-$ にマークせよ。
(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、 $-$ にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	$-$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	$-$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1} x^2 + \boxed{1} x + \boxed{0}$ とする。

1

(1) $0 < a < 1$ のとき,

$$\int_0^2 |6x^2 - 18ax + 12a^2| dx = \boxed{\text{ア}} a^3 + \boxed{\text{イ}} a^2 + \boxed{\text{ウ}} a + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $y = \sin^2 x - \sin x \cos x + 6 \cos^2 x$ の最大値

は $\boxed{\text{オ}}$, 最小値は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) 初項 a , 公比 2 の等比数列 $\{a_n\}$ を考える。

(i) $a = 3$ のとき, a_{33} の一の位の数字は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(ii) $a = 5$ のとき, a_{55} は $\boxed{\text{シ}}$ ^{けた}桁の整数である。ただし,
 $\log_{10} 2 = 0.3010$ として用いてよい。

(iii) $a = 3$ のとき, $\{a_n\}$ で一の位の数字が 2 である項を小さい方から順に並べた新しい数列を $\{b_n\}$ とする。数列 $\{b_n\}$ の

初項から第 m 項までの和は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \left(\boxed{\text{ソ}}^m + \boxed{\text{タ}} \right)$ で

ある。

2 実数からなる集合 A, B, C を次のように定義する。

$$A = \{x \mid 2^x < 4x - 3\}$$

$$B = \{x \mid 0 < x \leq b\}$$

$$C = \{x \mid x^2 - 6x + c < 0\}$$

ただし、 b, c は実数で $b > 0$ とする。

☐ あ, ☐ い には選択肢 (a) ~ (g) の中から, ☐ う ~ ☐ お には選択肢 (a) ~ (f) の中から正しいものをマークせよ。ただし、該当するものがない場合には z をマークせよ。

(1) 2 ☐ あ A , 5 ☐ い A である。

☐ あ, ☐ い の選択肢 :

(a) $\in$ (b) $\notin$ (c) $\ni$ (d) $\nexists$ (e) $=$ (f) $\subset$ (g) $\supset$

(2) $A \cap B$ が空集合となる b のうち、整数で最大のものは ☐ チ である。

(3) $A \subset B$ となる b のうち、整数で最小のものは ☐ ツ である。

(4) C が空集合であるための必要十分条件は c である。

(5) $b = 5$ のとき, $B \subset C$ であるための必要十分条件は c である。

(6) $b = 7$ のとき, $B \subset C$ であるための必要十分条件は c である。

$\sim$ の選択肢：

(a) $=$ (b) $<$ (c) $\leq$ (d) $>$ (e) $\geq$ (f) $\neq$

- 3 AB = 2, BC = 3 の長方形 ABCD の形の紙がある。DE = a となる辺 DC 上の点 E を考える。A が E と重なるように紙を折るとき、折り目となる線と辺 AD, 辺 BC との交点をそれぞれ P, Q とする。

(1) a を用いて表すと, $AP = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}a^2 + \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(2) a を用いて表すと, $BQ = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}a^2 + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}a + \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

(3) a を用いて表すと, $PQ = \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\sqrt{a^2 + \boxed{\text{メ}}}$ である。

- (4) 四角形 ABQP の面積は a を用いて表すと,

$\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}a^2 + \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}a + \boxed{\text{ラ}}$ であり、その最小値は $\frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である。