

(2019年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能を使用してはならない。また, スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位												1 の 位											
ア	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	
イ	一	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1} x^2 + \boxed{1} x + \boxed{0}$ とする。

1

- (1) x の 2 次式 $P(x)$ について, x^2 の係数が 2 であり, $x+1$ で割ったときの余りが 1, $x-2$ で割ったときの余りが -8 である。このとき,

$$P(x) = 2x^2 + \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) 年利率 5 %, 1 年ごとの複利で資金を運用する。必要であれば, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ として用いてよい。

- (i) 1 万円の元金を運用したとき, 元利合計が初めて 2 万円を超えるのは $\boxed{\text{ウ}}$ 年後である。

- (ii) 毎年 1 万円ずつ積み立てる。つまり, 1 年後の時点の資金は, はじめの 1 万円の元利合計と, 新たに積み立てた 1 万円の合計になり, 2 年後の時点の資金は, 1 年後の時点の資金に対する元利合計と, 新たに積み立てた 1 万円の合計になる。このとき, 資金が初めて 20 万円を超えるのは $\boxed{\text{エ}}$ 年後である。

(3) A, B を事象, $\bar{A}$ を A の余事象とする。

$$P(A) = \frac{3}{5}, \quad 0 < P(B) < 1, \quad \frac{P_{\bar{A}}(B)}{P_A(B)} = 9$$

のとき,

$$P_B(A) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

$$P(B) = \boxed{\text{ケ}} \times P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \boxed{\text{コ}} \times P(A \cap B) + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

- 2 a を実数とする。座標平面上の点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、

$$F(x, y) = x^3 + y^3 - a(x + y)$$

の最大値を求めることを考える。

- (1) $s = x + y$, $t = xy$ とおくとき

$$t = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \left(s^2 + \boxed{\text{ソ}} \right)$$

である。

- (2) s^2 のとりうる値の範囲は、 $0 \leq s^2 \leq \boxed{\text{タ}}$ である。

- (3) $F(x, y)$ を a と s の式で表すと、

$$F(x, y) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} s^3 + \left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} - a \right) s$$

である。

- (4) $a = 1$ のとき、 $F(x, y)$ の最大値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

- (5) $a = \frac{3}{8}$ のとき、 $F(x, y)$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

3

一辺の長さが 2 の正方形 BCDE を底面とし、すべての側面が正三角形であるような四角錐^{すい}A-BCDE を考える。辺 AC の中点を F、辺 AE の中点を G とし、3 点 B, F, G を通る平面を α とする。

(1) 平面 α が線分 AD と交わる点を H とするとき、線分 AH の長

さは $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(2) 平面 α による四角錐 A-BCDE の断面の面積は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(3) 平面 α によって四角錐が分けられてできた 2 つの立体のうち、点 D を含む立体の頂点の数は $\boxed{\text{マ}}$ 、辺の数は $\boxed{\text{ミ}}$ 、面の数は $\boxed{\text{ム}}$ である。

(4) 平面 α によって四角錐が分けられてできた 2 つの立体のうち、点 A を含む立体の体積は $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。

