

(2019年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に、試験監督者から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し、所定の欄に氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能を使用してはならない。また、スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は、解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき、マーク欄からはみ出したり、白い部分を残したり、文字や番号、○や×をつけたりしてはならない。また、マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に-26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1} x^2 + \boxed{1} x + \boxed{0}$ とする。

1 (1) 2つの整数 50381 と 49883 の最大公約数は ア である。

(2) 整式

$$f(x) = -\left(\log_{\frac{1}{4}} 16\right) x^3 - \left(\log_{\frac{1}{4}} 64\right) x^2 + 6 \left(\log_{\frac{1}{4}} 4096\right) x + 3 \left(\log_{\frac{1}{4}} 256\right)$$

を整数を係数とする整式で表すと、

$$f(x) = \text{ イ } x^3 + \text{ ウ } x^2 + \text{ エ } x + \text{ オ }$$

である。したがって、 $f(x)$ は $x = \text{ カ }$ で極大値 キ ,

$x = \text{ ク }$ で極小値 ケ をとる。

(3) 石を n 個直線状に並べることを考える。それぞれの石の色は確率 $\frac{1}{2}$ で白または黒であるとする。このとき、同じ色の石が続く部分が r 個できたとする。例えば、 $n = 5$ で



と並べたならば、左から、白1個の部分、黒1個の部分、白1個の部分、黒2個の部分、となるので、 $r = 4$ である。 $n = 5$ のとき、

$r = 3$ となる確率は $\frac{\text{ コ }}{\text{ サ }}$ である。また、 $n = 7$ のとき、 r が 3

の倍数になる確率は $\frac{\text{ シ }}{\text{ ス }}$ である。

2 a を正の実数とし,

$$f(x) = x^2 - 2a, \quad g(x) = -(x - a)^2$$

とする。

- (1) 2つの放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が共有点をもつための必要十分条件は,

$$a \leq \boxed{\text{セ}}$$

である。また, $a = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{セ}}$ のとき, 放物線 $y = f(x)$ と

$y = g(x)$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (2) $a > \boxed{\text{セ}}$ のとき, 放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ には共通接線が2本ある。

- (i) $a = 2 \times \boxed{\text{セ}}$ のときの共通接線の傾きのうち, 小さい方の

傾きは $\boxed{\text{チ}} - \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

- (ii) 2本の共通接線の交点は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} a, \boxed{\text{ニ}} a \right)$$

である。

- 3 $\triangle OAB$ を考える。辺 OA を $1:2$ に内分する点を A_1 、辺 OA を $2:1$ に内分する点を A_2 とする。同様に、辺 OB を $1:2$ に内分する点を B_1 、辺 OB を $2:1$ に内分する点を B_2 とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

- (1) 直線 A_1B と直線 AB_1 の交点を P とするとき、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \vec{b}$$

である。また、直線 A_2B と直線 AB_2 の交点を Q とするとき、

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \vec{b}$$

である。さらに、直線 A_1B と直線 AB_2 の交点を R とするとき、

$$\overrightarrow{OR} = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} \vec{b}$$

である。

- (2) 直線 A_2B と直線 AB_1 の交点を S とする。 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ のと

き、四角形 $PRQS$ の面積の最大値は $\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$ であり、この最大値

をとるのは $\angle AOB = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \pi$ のときである。

