

## I.

(1)

ア	イウ
5	91

(2)

ア	イ
5	7

(3)

ア	イ	ウ	エ	オ	カキ
1	4	9	8	2	-2

(4)

ア	イ	ウ	エオ	カ	キ	ク
5	4	5	-1	0	0	5

(5)

ア	イ	ウエ	オ
2	7	13	1

## II.

ア	イ	ウ	エ	オカ	キク	ケコ	サシ	ス	セソ	タ
3	2	3	3	18	24	72	15	4	45	4

チツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ
-6	3	2	3	1	2	3

## III.

(1) 関数  $f(x)$  が  $x = a$  で微分可能であるとは、極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

が存在することである。

(2) 関数  $f(x)$  が  $x = a$  で微分可能であれば、 $f(x)$  は  $x = a$  で連続である。というのも、 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  が存在し、 $h \rightarrow 0$  であるので、 $\lim_{h \rightarrow 0} (f(a+h) - f(a)) = 0$  でなくてはならない。 $f(a)$  は  $h$  に依存しないから、 $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$  であり、これは  $f(x)$  が  $x = a$  で連続であることを意味するからである。

一方この逆は成立しない。実際、 $f(x) = |x|$  とおくと、 $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$  なので、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$  が成り立ち、 $f(x)$  は  $x = 0$  で連続である。ところが、

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(h) - f(0)}{h} &= \lim_{h \rightarrow +0} \frac{h}{h} = 1 \\ \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(h) - f(0)}{h} &= \lim_{h \rightarrow -0} \left( -\frac{h}{h} \right) = -1 \end{aligned}$$

であるから、 $x = 0$  で  $f(x)$  は微分可能ではない。

(3)  $a < x < b$  の範囲にある任意の  $x$  について、導関数の定義より、

$$\begin{aligned} \{f(x)g(x)\}' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x+h) + f(x)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h) - f(x))g(x+h) + f(x)(g(x+h) - g(x))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot g(x+h) + f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right) \end{aligned}$$

ここで、 $f(x)$ 、 $g(x)$  は微分可能であるから

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x), \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = g'(x)$$

また微分可能ならば連続であるから、

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) = f(x)$$

したがって

$$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$