

数 学

[注意事項]

- 1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
- 2. 問Ⅰ、Ⅱの解答はマークシートにマークし、問Ⅲの解答は専用の解答用紙に書くこと。
- 3. マークシート解答用紙は、コンピュータで処理するので、折り曲げたり汚したりしないこと。
- 4. マークシートに、氏名・受験番号を記入し、受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また、問Ⅲの解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例(3015の場合)

受 験 番 号			
3	0	1	5
千位	百位	十位	一位
○	●	○	○
①	①	●	①
②	②	②	②
●	③	③	③
④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨

- 5. 問Ⅰ、Ⅱにおいて、マークするときは、HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークし直すこと。
- 6. マークで解答する場合は、下記の例に従い、正しくマークすること。

正しいマーク例

①	②	●	④	⑤	⑥
---	---	---	---	---	---

誤ったマーク例

①	②	✖	④	⑤	⑥
①	②	✓	④	⑤	⑥
①	②	●	④	⑤	⑥
①	②	●	④	⑤	⑥

- をする
- ✓をする
- 完全にマークしない
- 枠からはみだす

- 7. マークで解答する場合、の中の文字は、それぞれ符号(－)または、数字1文字が対応している。ただし、符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば、

アイ

の形の場合、－9から－1の整数または10から99の整数が入り得る。

例 －2の場合

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
イ		①	②	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	○	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

I

に適する解答をマークせよ。

- (1) 整数 a_1, a_2, a_3 ($0 < a_1 < a_2 < a_3 < 40$) がある。 a_1, a_2, a_3 は等比数列をなし、 $a_1, a_2, a_3 - 1$ は等差数列をなす。このような数列は 通りあり、 $a_1 + a_2 + a_3$ が最大になるとき、その値は である。

- (2) 方程式 $\log_2 \sqrt{x-3} - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{3x-13} = \frac{1}{4}$ の解は、小さい方から順に並べると $x =$, $x =$ である。

- (3) $f(x) = \int_{-\frac{x}{2}}^x \sin t dt$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする。 $f(x)$ は、 $\cos \frac{x}{2} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ のとき極大値 $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ をとり、 $x =$ π のとき最小値 をとる。

- (4) $(2, 1)$ を通る傾き m の直線 $y = mx + (1 - 2m)$ が双曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ と接するとき、 m は方程式 $m^2 +$ $m -$ $= 0$ を満たす。解と係数の関係より m の 2 解の積は である。またこの双曲線に引いた 2 つの接線が直交するとき、その交点は、点(,)を中心とする半径 $\sqrt{\text{ク}}$ の円の上にある。

- (5) 辺の長さが 1, 2, 3 である直方体がある。頂点から異なる 3 つの点を選び、その中の 1 点を始点とし、残りの 2 点を終点とする 2 つのベクトルを考える。このとき、このような始点と終点の組み合わせの数に対する、直交する組み合わせの数の割合は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。内積の最大値は であり、正である最小の値は である。

II

に適する解答をマークせよ。ただし、それぞれの問題で同じ記号の には同一の値がはいる。

関数 $f(x) = x^3 - 3x - 18$ とし、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。曲線 C は、 x 軸と 1 点 A (, 0) で交わる。

曲線 C の 1 点 $(s, f(s))$ を通る接線の方程式は、 $y = f'(s)(x - s) + f(s)$ と表される。この接線が x 軸と $(t, 0)$ で交わる時、 t と s との関係式は

$$\text{イ} \ s^3 - \text{ウ} \ ts^2 + \text{エ} \ t + \text{オカ} = 0$$

となる。この s についての方程式の実数解には、曲線 C 上の接線が対応している。したがって、この方程式の解を調べることによって、 $(t, 0)$ を通る接線がわかる。例えば、点 A を通る接線は、 $y = \text{キク} x - \text{ケコ}$ と

$$y = \frac{\text{サシ}}{\text{ス}} x - \frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$$

の 2 本になっている。

この s についての方程式の実数解の個数を調べることにより、

$t < \text{チツ}$ のとき 本

$t = \text{チツ}$ のとき 本

$< t < \text{ナ}$ のとき 本

$t = \text{ナ}$ のとき 本

$t > \text{ナ}$ のとき 本の

接線が存在することがわかる。

Ⅲ 次の問に答えよ。答えだけではなく式・説明など解答の途中の経過を示すこと。

- (1) 関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能とはどういうことか，説明せよ。
- (2) 「関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で微分可能である」と「関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で連続である」とはどのような関係にあるか述べて。またそれを証明せよ。
- (3) ある区間 $a < x < b$ で微分可能な関数 $f(x)$ ， $g(x)$ について，導関数の定義から，関数の積 $f(x)g(x)$ の導関数を求めよ。