

[注意事項]

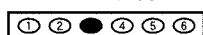
1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問Ⅰ, Ⅱの解答はマークシートにマークし、問Ⅲの解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は、コンピュータで処理するので、折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに、氏名・受験番号を記入し、受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また、問Ⅲの解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

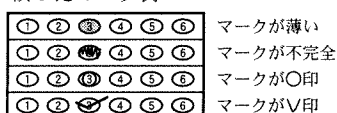
受 験 番 号				
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
●	①	●	①	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問Ⅰ, Ⅱにおいて、マークするときは、HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は、下記の例に従い、正しくマークすること。

正しいマーク例



誤ったマーク例



7. マークで解答する場合、 の中の文字は、それぞれ符号(－)または、数字1文字が対応している。例えば、ア イの形の場合、－9から－1の整数または10から99の整数が入り得る。

－2の場合

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	

32の場合

ア	①	②	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨		
イ	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	

8. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えること。
9. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。

I

に適する解答をマークせよ。ただし、同一問題で同じ記号の がある場合は同一の値がはいる。

(1) 関数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ について、以下の問いに答えよ。

(a) $f(a) = \frac{1}{2}$ のとき、 $f(-a) = -\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ 、 $f(2a) = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。

(b) $f'(x) = \text{カ} - \{f(x)\}^{\text{キ}}$ が成り立つ。

$f(b) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき、 $f'(b) = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。

(c) 方程式 $3\{f(x)\}^2 - 5f(x) - 2 = 0$ の解は $x = \frac{\text{コサ}}{\text{シ}} \log \text{ス}$ である。

- (2) 見分けのつかない 3 枚のコイン A, B, C がある。コイン A は表の出る確率と裏の出る確率がともに $\frac{1}{2}$, コイン B は表の出る確率が $\frac{1}{3}$ で裏の出る確率が $\frac{2}{3}$, コイン C は表の出る確率が $\frac{1}{6}$ で裏の出る確率が $\frac{5}{6}$ である。

これら 3 枚のコインから 1 枚を選んだ。

- (a) 選んだコインを 1 回投げると表が出た。選んだコインが A である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となり, B である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ となる。

- (b) さらにもう 1 回投げると 2 回目も表が出た。選んだコインが A である確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ となり, B である確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ となる。

- (c) さらにもう 1 回投げると 3 回目は裏が出た。選んだコインが A である確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となり, B である確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ となる。

(3) 方程式 $x^3 + 9x + 6 = 0$ において, $x = y - \frac{\boxed{\text{ア}}}{y}$ の置き換えを行うと $y^3 - \frac{\boxed{\text{イウ}}}{y^3} + 6 = 0$ となる。これを解いて $y^3 = \boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オカ}}$ を得る。これより, 方程式 $x^3 + 9x + 6 = 0$ の解は1の3乗根の一つである

$$\omega = \frac{\boxed{\text{キク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}i}{\boxed{\text{コ}}} \text{ を用いて, } x = \sqrt[3]{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt[3]{\boxed{\text{シ}}},$$

$$\sqrt[3]{\boxed{\text{ス}}} \omega - \sqrt[3]{\boxed{\text{セ}}} \omega^2, \sqrt[3]{\boxed{\text{ソ}}} \omega^2 - \sqrt[3]{\boxed{\text{タ}}} \omega \text{ と表される。}$$

II

□ に適する解答をマークせよ。ただし、同じ記号の □ がある場合は同一の値がはいる。

4 次関数 $y = f(x)$ のグラフで表される曲線 C と直線 l について、次のような条件 A を考える。

条件 A : 曲線 C と直線 l が $x = x_1, x_2, x_3, x_4$ ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$) で交点を持ち、曲線 C と直線 l で囲まれた図形の 3 つの部分の面積について、 $S_1 = S_3$ と $S_1 + S_3 = S_2$ が成り立つ。ここで、 S_1, S_2, S_3 はそれぞれ $x_1 \leq x \leq x_2, x_2 \leq x \leq x_3, x_3 \leq x \leq x_4$ を満たす部分の面積を表す。

- (a) 曲線 $y = g(x) = x^4 - \frac{18}{5}x^2 + a$ と直線 $y = 0$ が条件 A を満たすとする。このとき、 $x_3 = b, x_4 = c$ とおくと、

$$\int_0^c g(x) dx = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} c^5 - \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} c^3 + ac = \text{オ} \text{ となり,}$$

$$a = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}, b = \frac{\sqrt{\text{クケ}}}{\text{コ}}, c = \sqrt{\text{サ}} \text{ となる。}$$

- (b) 曲線 $y = h(x) = x^4 + 4x^3 + \frac{12}{5}x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{12}{5}$ に対して条件 A を満たす直線の方程式を求めよう。

まず、 $h(x) = (x + d)^4 - \frac{\text{シス}}{\text{セ}}(x + d)^2 + \text{ソ}(x + d) + \text{タ}$ と変形する。ただし、 $d = \text{チ}$ である。

ここで、 $h_1(x) = (x + d)^4 - \frac{\text{シス}}{\text{セ}}(x + d)^2$ とおくと、曲線 $y = h_1(x)$ に対して条件

A を満たす直線の方程式は $y = \frac{\text{ツテ}}{\text{ト}}$ である。したがって、求める直線の方程式は

$$y = \text{ナ}x + \frac{\text{ニヌ}}{\text{ネ}}$$

- (c) 曲線 $y = x^4 - 3x^2 + 2x + 2$ に対して条件 A を満たす直線の方程式は

$$y = \text{ノ}x + \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$$

Ⅲ

四面体 OABC において、点 O と面 ABC の距離が 20、点 A と面 OBC の距離が 15、点 B と面 OCA の距離が 12、点 C と面 OAB の距離が 20 である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ と表される点 P について、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P が面 ABC 上にあるための必要十分条件を s , t , u を用いて表せ。
- (2) 点 P が四面体 OABC の内部にあり、直線 OP と面 ABC の交点を D とする。 $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表し、OD : PD を求めよ。
- (3) 点 P が四面体 OABC の内部にあり、直線 AP と面 OBC の交点を E とする。 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表し、AE : PE を求めよ。
- (4) 点 P が四面体 OABC の内接球の中心であるときの s , t , u を求め、 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。

