

問 題 紙

教 科	科 目	ページ数
数 学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2
	(旧課程科目群) 代 数・幾 何 基 礎・解 析 微 分・積 分	2

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙の解答用紙の所定の欄に、はっきりと記入すること。
2. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
3. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意

1. 監督員の「始め」という指示があるまで、問題紙を開かないこと。
2. 「始め」の指示と同時に、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
3. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
4. 問題の内容についての質問には、いっさい応じないが、その他の用事があるときは、だまって手をあげて、監督員の指示を受けること。
5. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机の右側に置くこと。
6. 試験終了後、問題紙及び下書き用紙は持ち帰ること。

科目等の選択方法については裏表紙の指示に従うこと。

[1] x の関数

$$f(x) = x^2 + (2 \cos \theta)x + \sqrt{2} \sin \theta$$

$$g(x) = (\sqrt{2} \sin \theta)x^2 - (2 \sin \theta)x - 1$$

について、次の問に答えよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。
2. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。
3. θ が 2. で求めた範囲の値をとるとき、 $f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

[2] α, β を複素数とする。点 z が複素数平面上を動くとき、

$$w = \frac{\alpha z + \beta}{z + 2} \quad (z \neq -2)$$

とおく。このとき、次の問に答えよ。

1. $z = 1$ ならば $w = 1$ になるとき、 β を α で表せ。
2. 1. が成り立ち、さらに z が円 $|z| = 1$ 上を動くときに、 w は円 $|w + 1| = 2$ 上を動くとする。このときの α, β の値を求めよ。

[3] 2点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ を端点とする長さ 1 の線分 AB が、 $a \geq 0$, $b \geq 0$ の範囲で動いている。 AB を 1 辺とする正方形を第 1 象限につくり、2つの対角線の交点を P とする。このとき、点 P の軌跡を求め、それを図示せよ。

〔4〕 定数 a に対して、漸化式を用いて次のように数列 $\{a_n\}$ を定義する。

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 1 \text{ のとき}) \\ a_n - 1 & (a_n \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問に答えよ。

1. $a = \frac{1}{9}$ のときの a_{1000} の値、および $a = \frac{1}{12}$ のときの a_{1000} の値をそれぞれ求めよ。
2. $a = \frac{1}{12}$ のとき、 $a_1 + a_2 + \dots + a_{1000}$ を求めよ。
3. $a = \frac{1}{12}$ のとき、 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq 100$ をみたす最大の自然数 n を求めよ。

〔5〕 $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して、 $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$ とする。このとき、次の問に答えよ。

1. $I_0 = \int_0^1 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
2. $n \geq 1$ のとき、 I_n を n と I_{n-1} を用いて表わせ。
3. $I_4 = \int_0^1 x^4 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
4. 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^5 x \cos x) e^{2 \sin x} dx$ の値を求めよ。

〔1〕 x の関数

$$f(x) = x^2 + (2 \cos \theta)x + \sqrt{2} \sin \theta$$

$$g(x) = (\sqrt{2} \sin \theta)x^2 - (2 \sin \theta)x - 1$$

について、次の問に答えよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。
2. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。
3. θ が 2. で求めた範囲の値をとるとき、 $f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

〔2〕 2点 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ を端点とする長さ 1 の線分 AB が、 $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$ の範囲で動いている。 AB を 1 辺とする正方形を第 1 象限につくり、2つの対角線の交点を P とする。このとき、点 P の軌跡を求め、それを図示せよ。

〔3〕 平面上に2つの直線 $l: y = x - 2$ と $m: y = -x + 2$ がある。行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

が定める1次変換について次の問に答えよ。

1. 点 $(2, 0)$ がこの1次変換によって動かないとき、 a 、 c の値を求めよ。
2. 行列 A が定める1次変換によって直線 l は m に、直線 m は l にそれぞれうつされるとき、このとき、 a 、 b 、 c 、 d の値を求めよ。

旧課程科目の問題

[4] 空間内の2つの平面 $\alpha : 2x + y + z = 6$ と $\beta : x + 2y + z = 6$ について、次の問に答えよ。

1. 平面 α と β が交わってできる図形の方程式を求めよ。
2. 原点 O は平面 α , β から等距離にあることを示し、さらに点 $(4, 0, 0)$ も平面 α , β から等距離にあることを示せ。
3. 平面 α , β から等距離にある点からなる図形を求めよ。

[5] $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して、 $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$ とする。このとき、次の問に答えよ。

1. $I_0 = \int_0^1 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
2. $n \geq 1$ のとき、 I_n を n と I_{n-1} を用いて表わせ。
3. $I_4 = \int_0^1 x^4 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
4. 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^5 x \cos x) e^{2 \sin x} dx$ の値を求めよ。

科目等の選択方法について

出題科目、ページ及び選択方法は、下表の通りである。

〔新教育課程履修者〕

教 科	出 題 科 目	ペー ジ	選 択 方 法
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	1～2	問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕はこのうちから1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。

〔旧教育課程履修者〕

教 科	出 題 科 目	ペー ジ	選 択 方 法
数 学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	1～2	左の新・旧の科目群のうちいずれかを選択し、解答すること。ただし、新課程科目群の問題と旧課程科目群の問題をとりまぜて解答した場合は、採点しないことがある。
	(旧課程科目群) 代 数・幾 何 基 礎 解 析 微 分・積 分	3～4	問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕はこのうちから1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。