

問題紙

教 科	科 目	ページ数
数 学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B	2
	(旧課程科目群) 代 数・幾 何 基 礎 解 析	2

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙の解答用紙の所定の欄に、はっきりと記入すること。
2. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
3. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意

1. 監督員の「始め」という指示があるまで、問題紙を開かないこと。
2. 「始め」の指示と同時に、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
3. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
4. 問題の内容についての質問には、いっさい応じないが、その他の用事があるときは、だまって手をあげて、監督員の指示を受けること。
5. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
6. 試験終了後、問題紙及び下書き用紙は持ち帰ること。

科目等の選択方法については裏表紙の指示に従うこと。

[1] x の関数

$$f(x) = x^2 + (2 \cos \theta)x + \sqrt{2} \sin \theta$$

$$g(x) = (\sqrt{2} \sin \theta)x^2 - (2 \sin \theta)x - 1$$

について、次の問に答えよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。
2. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。
3. θ が 2. で求めた範囲の値をとるとき、 $f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

[2] α, β を複素数とする。点 z が複素数平面上を動くとき、

$$w = \frac{\alpha z + \beta}{z + 2} \quad (z \neq -2)$$

とおく。このとき、次の問に答えよ。

1. $z = 1$ ならば $w = 1$ になるとき、 β を α で表せ。
2. 1. が成り立ち、さらに z が円 $|z| = 1$ 上を動くときに、 w は円 $|w + 1| = 2$ 上を動くとする。このときの α, β の値を求めよ。

- [3] 2点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ を端点とする長さ1の線分 AB が, $a \geq 0$, $b \geq 0$ の範囲で動いている。 AB を1辺とする正方形を第1象限につくり, 2つの対角線の交点を P とする。このとき, 点 P の軌跡を求め, それを図示せよ。

- [4] 定数 a に対して, 漸化式を用いて次のように数列 $\{a_n\}$ を定義する。

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 1 \text{ のとき}) \\ a_n - 1 & (a_n \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問に答えよ。

1. $a = \frac{1}{9}$ のときの a_{1000} の値, および $a = \frac{1}{12}$ のときの a_{1000} の値をそれぞれ求めよ。
2. $a = \frac{1}{12}$ のとき, $a_1 + a_2 + \dots + a_{1000}$ を求めよ。
3. $a = \frac{1}{12}$ のとき, $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq 100$ をみたす最大の自然数 n を求めよ。

旧課程科目の問題

〔 1 〕 x の関数

$$f(x) = x^2 + (2 \cos \theta)x + \sqrt{2} \sin \theta$$

$$g(x) = (\sqrt{2} \sin \theta)x^2 - (2 \sin \theta)x - 1$$

について、次の問に答えよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。
2. $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。
3. θ が 2. で求めた範囲の値をとるとき、 $f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

- 〔 2 〕 2点 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ を端点とする長さ 1 の線分 AB が、 $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$ の範囲で動いている。 AB を 1 辺とする正方形を第 1 象限につくり、2つの対角線の交点を P とする。このとき、点 P の軌跡を求め、それを図示せよ。

旧課程科目の問題

〔 3 〕 平面上に2つの直線 $l: y = x - 2$ と $m: y = -x + 2$ がある。行列

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が定める1次変換について、次の問に答えよ。

1. 点 $(2, 0)$ がこの1次変換によって動かないとき、 a, c の値を求めよ。
2. 行列 A が定める1次変換によって直線 l は m に、直線 m は l にそれぞれうつされるとする。このとき、 a, b, c, d の値を求めよ。

〔 4 〕 空間内の2つの平面 $\alpha: 2x + y + z = 6$ と $\beta: x + 2y + z = 6$ について、次の問に答えよ。

1. 平面 α と β が交わってできる図形の方程式を求めよ。
2. 原点 O は平面 α, β から等距離にあることを示し、さらに点 $(4, 0, 0)$ も平面 α, β から等距離にあることを示せ。
3. 平面 α, β から等距離にある点からなる図形を求めよ。

科目等の選択方法について

出題科目、ページ及び選択方法は、下表の通りである。

〔新教育課程履修者〕

教 科	出 題 科 目	ペー ジ	選 択 方 法
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B	1～2	問題〔1〕,〔2〕,〔3〕,〔4〕の全問 に解答すること。

〔旧教育課程履修者〕

教 科	出 題 科 目	ペー ジ	選 択 方 法
数 学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B	1～2	左の新・旧の科目群のうちいずれか を選択し、解答すること。ただし、新 課程科目群の問題と旧課程科目群の問 題をとりまぜて解答した場合は、採点 しないことがある。 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕,〔4〕の全問 に解答すること。
	(旧課程科目群) 代 数・幾 何 基 礎 解 析	3～4	