平成10年度　工

問題紙

教科	科目	ページ数
数学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2
	(旧課程科目群) 代数・幾何 基礎解析 微分・積分	2

解答の書き方

1. 解答は，すべて別紙の解答用紙の所定の欄に，はっきりと記入すること。
2. 解答を訂正する場合には，きれいに消してから記入すること。
3. 解答用紙には，解答と志望学部及び受験番号のほかは，いっさい記入しないこと。

注　　意

1. 監督員の「始め」という指示があるまで，問題紙を開かないこと。
2. 「始め」の指示と同時に，解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
3. 下書き用紙は，片面だけ使用すること。
4. 問題の内容についての質問には，いっさい応じないが，その他の用事があるときは，だまって手をあげて，監督員の指示を受けること。
5. 試験終了時には，解答用紙を必ずページ順に重ね，机の右側に置くこと。
6. 試験終了後，問題紙及び下書き用紙は持ち帰ること。

科目等の選択方法については裏表紙の指示に従うこと。

〔1〕 x の関数

$$f(x)=x^2+(2\cos\theta)x+\sqrt{2}\sin\theta$$

$$g(x)=(\sqrt{2}\sin\theta)x^2-(2\sin\theta)x-1$$

について，次の問に答えよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。

2. $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。

3. θ が2.で求めた範囲の値をとるとき，$f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

〔2〕 定数 a に対して，漸化式を用いて次のように数列 $\{a_n\}$ を定義する。

$$a_1=a,\quad a_{n+1}=\begin{cases}2a_n & (a_n<1\text{ のとき})\\ a_n-1 & (a_n\geqq 1\text{ のとき})\end{cases}\qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

このとき，次の問に答えよ。

1. $a=\dfrac{1}{9}$ のときの a_{1000} の値，および $a=\dfrac{1}{12}$ のときの a_{1000} の値をそれぞれ求めよ。

2. $a=\dfrac{1}{12}$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_{1000}$ を求めよ。

3. $a=\dfrac{1}{12}$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_n\leqq 100$ をみたす最大の自然数 n を求めよ。

〔3〕 α, β を複素数とする。点 z が複素数平面上を動くとき,

$$w = \frac{\alpha z + \beta}{z + 2} \quad (z \neq -2)$$

とおく。このとき，次の問に答えよ。

1. $z = 1$ ならば $w = 1$ になるとき，β を α で表せ。

2. 1. が成り立ち，さらに z が円 $|z| = 1$ 上を動くときに，w は円 $|w + 1| = 2$ 上を動くとする。このときの α, β の値を求めよ。

〔4〕 $n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，$I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$ とする。このとき，次の問に答えよ。

1. $I_0 = \int_0^1 e^{2x} dx$ の値を求めよ。

2. $n \geq 1$ のとき，I_n を n と I_{n-1} を用いて表わせ。

3. $I_4 = \int_0^1 x^4 e^{2x} dx$ の値を求めよ。

4. 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^5 x \cos x) e^{2\sin x} dx$ の値を求めよ。

旧課程科目の問題

〔1〕 x の関数

$$f(x)=x^2+(2\cos\theta)x+\sqrt{2}\sin\theta$$

$$g(x)=(\sqrt{2}\sin\theta)x^2-(2\sin\theta)x-1$$

について，次の問に答えよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ とする。

1. $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフがただ1つの共有点をもつような θ の値を求めよ。

2. $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフが共有点をもたないような θ の範囲を求めよ。

3. θ が2.で求めた範囲の値をとるとき，$f(x)$ と $g(x)$ の大小を比較せよ。

〔2〕 定数 a に対して，漸化式を用いて次のように数列 $\{a_n\}$ を定義する。

$$a_1=a,\quad a_{n+1}=\begin{cases}2a_n & (a_n<1\text{のとき})\\ a_n-1 & (a_n\geqq 1\text{のとき})\end{cases}\qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

このとき，次の問に答えよ。

1. $a=\dfrac{1}{9}$ のときの a_{1000} の値，および $a=\dfrac{1}{12}$ のときの a_{1000} の値をそれぞれ求めよ。

2. $a=\dfrac{1}{12}$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_{1000}$ を求めよ。

3. $a=\dfrac{1}{12}$ のとき，$a_1+a_2+\cdots+a_n\leqq 100$ をみたす最大の自然数 n を求めよ。

〔3〕 空間内の2つの平面 $\alpha : 2x + y + z = 6$ と $\beta : x + 2y + z = 6$ について，次の問に答えよ。

1. 平面αとβが交わってできる図形の方程式を求めよ。
2. 原点Oは平面α，βから等距離にあることを示し，さらに点（4，0，0）も平面α，βから等距離にあることを示せ。
3. 平面α，βから等距離にある点からなる図形を求めよ。

〔4〕 $n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，$I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$ とする。このとき，次の問に答えよ。

1. $I_0 = \int_0^1 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
2. $n \geqq 1$ のとき，I_n を n と I_{n-1} を用いて表わせ。
3. $I_4 = \int_0^1 x^4 e^{2x} dx$ の値を求めよ。
4. 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^5 x \cos x) e^{2\sin x} dx$ の値を求めよ。

科目等の選択方法について

出題科目，ページ及び選択方法は，下表の通りである。

〔新教育課程履修者〕

教　科	出題科目	ページ	選　択　方　法
数　学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	1～2	問題〔1〕，〔2〕，〔3〕，〔4〕の全問に解答すること。

〔旧教育課程履修者〕

教　科	出題科目	ページ	選　択　方　法
数　学	(新課程科目群) 数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	1～2	左の新・旧の科目群のうちいずれかを選択し，解答すること。ただし，新課程科目群の問題と旧課程科目群の問題をとりまぜて解答した場合は，採点しないことがある。 問題〔1〕，〔2〕，〔3〕，〔4〕の全問に解答すること。
	(旧課程科目群) 代　数・幾　何 基　礎　解　析 微　分・積　分	3～4	