

〔 1 〕 次の問に答えよ。

1. $|z+3|=|z+1|$ をみたす複素数 z の全体は、複素数平面上でどんな図形を描くかを調べ、図示せよ。
2. $|z-2|=2|z+1|$ をみたす複素数 z の全体は、複素数平面上でどんな図形を描くかを調べ、図示せよ。
3. $|z+3|=|z+1|=\frac{|z-2|}{2}$ をみたす複素数 z を求めよ。

〔 2 〕 x 軸上の点 P から放物線 $y = x^2 + 1$ に 2 本の接線をひき、その接点を Q , R とする。点 Q の座標を $(t, t^2 + 1)$ とおくとき、次の問に答えよ。ただし、 $t > 0$ とする。

1. 点 P の座標を t で表せ。
2. 点 R の座標を t で表せ。
3. $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

〔 3 〕 四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$ 、 $AB = DC$ 、 $AC = BD = a$ (a は定数) をみたしているとする。 $\angle ADB = \theta$ とおくとき、次の問に答えよ。

1. $x = AD$ 、 $y = BC$ とするとき、 AB の長さを a 、 x 、 y で表せ。
2. 四角形 ABCD の面積 S を a と θ で表せ。
3. S の最大値を a で表せ。また、そのときの θ の値を求めよ。

〔 4 〕 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = a_n + n^3 + 6n^2 + 5n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたしているとする。

1. a_2, a_3 を求めよ。
2. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $a_{n+1} - a_n - 1$ は 3 の倍数であることを示せ。
3. a_{2001} が 3 の倍数であるかどうかを判定し, その理由を書け。

〔 5 〕 $f(x) = \sin x$ とおき、関数 $f_n(x)$ を以下のように定める。

$$f_1(x) = \int_0^x f(t) dt$$

$$f_2(x) = \int_0^x f_1(t) dt$$

$\vdots$

$$f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(t) dt$$

このとき、次の問に答えよ。

1. $f_2(x)$, $f_3(x)$ および $f_4(x)$ を求めよ。
2. n が自然数のとき、 $f_n(x) + f_{n+2}(x)$ を求めよ。
3. $0 \leq x \leq 1$ のとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ を求めよ。ただし、この範囲において $f_n(x) \geq 0$ であることは用いてもよい。