

〔 1 〕 座標平面上に 3 点 $A(1, \sqrt{3})$, $B(-1, \sqrt{3})$, $P(\cos \theta, \sin \theta)$ がある。ただし, $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。 $\triangle ABP$ の頂点 P から辺 AB に下ろした垂線を PH とする。このとき, 次の問に答えよ。

1. $\triangle ABP$ の面積を θ を用いて表せ。
2. ベクトル $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ の内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ を θ を用いて表せ。
3. $\angle APB = 90^\circ$ のとき, θ の値を求めよ。
4. $PB = 3$ のとき, $\triangle ABP$ の面積および $\angle BPH$ を求めよ。

〔 2 〕 n が自然数のとき, 2 次方程式

$$x^2 - (4n - 7)x + 3n^2 - 5n - 8 = 0$$

について次の問に答えよ。

1. この 2 次方程式が重解をもたないことを示せ。
2. この 2 次方程式の 2 つの解のうち, 小さい方を a_n , 大きい方を b_n とするとき, a_1, b_1, a_5, b_5 をそれぞれ求めよ。
3. $\sum_{n=1}^{20} a_n, \sum_{n=1}^{20} b_n$ をそれぞれ求めよ。

〔 3 〕 次の間に答えよ。

1. 実数 x, y, z が $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ をみたすならば, $x+y$, $y+z$, $z+x$ のうち少なくとも 1 つは 0 であることを示せ。

2. $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$, $2 < b < 4$, $\frac{\sqrt{2}}{2} < c < 1$ のとき, 次の 2 つの数 A, B の
大小を比較せよ。

$$A = \frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_2 c}$$

$$B = \frac{1}{\log_2 a + \log_2 b + \log_2 c}$$

〔 4 〕 $0 \leq x \leq 1$ とする。このとき、次の問に答えよ。

1. $\int (t^2 - xt - 2x^2) dt$ を求めよ。

2. $-3 \leq t \leq 3$ のとき、 $t^2 - xt - 2x^2 \geq 0$ をみたす t の範囲を、 x を用いて表せ。

3. $f(x) = \int_{-3}^3 |t^2 - xt - 2x^2| dt$ で定義される関数 $f(x)$ を求めよ。

4. 関数 $f(x)$ が最小値をとる x の値を求めよ。

〔 5 〕 座標平面上に点 $A(0, -3)$ ，点 $B(3, 0)$ がある。点 P が直線 $y = ax$ 上を動くとき，次の問に答えよ。ただし， a は実数である。

1. 点 P の座標を (t, at) とするとき， $AP^2 + BP^2$ を t と a を用いて表せ。
2. $AP^2 + BP^2$ の最小値と，そのときの t の値を，それぞれ a を用いて表せ。
3. a が変化するとき， $AP^2 + BP^2$ の最小値と，そのときの a の値を求めよ。