

香川大学

平成 19 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

監督者の「始め」という指示があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 監督者の「始め」の指示の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

第 6 回 全

〔1〕 空間内に 2 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$ をとる。このとき、次の問に答えよ。

1. $OB = AB = 1$ となる xy 平面上の点 B の座標を求めよ。ただし、点 B の y 座標は正とする。
2. $OC = AC = BC = 1$ となる点 C の座標を求めよ。ただし、点 C の z 座標は正とする。
3. $OD = AD = BD = CD$ となる点 D の座標を求めよ。
4. $\angle ODA = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

〔2〕 $\triangle OAB$ において、 $OA : OB = 2 : 3$ であり、辺 OB 上の点 D は $OD = OA$ をみたしている。 $\angle AOB$ の二等分線と AD , AB の交点をそれぞれ E , F とし、 AB の中点を M とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおくとき、次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
2. $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
3. $\overrightarrow{AF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
4. $\frac{AM}{FM}$ を求めよ。

[3] 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \sqrt{2}, \log_{a_{n+1}} a_n = \frac{n+2}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義されている。ただし、 a_n は 1 でない正の実数で、 $\log_{a_{n+1}} a_n$ は a_{n+1} を底とする a_n の対数である。このとき、次の問に答えよ。

1. a_2, a_3, a_4 を求めよ。
2. 第 n 項 a_n を予想し、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。
3. 初項から第 n 項までの積 $A_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ を n の式で表せ。
4. $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、 $A_n < 5^{\frac{1}{3}}$ をみたす n の最大値を求めよ。

[4] 円 $x^2 + (y - a)^2 = r^2$ が放物線 $y = x^2$ に 2 点 $(1, 1), (-1, 1)$ で接している。また、この円は直線 $y = h$ にも接している。ただし、 $r > 0, h > 1$ である。このとき、次の問に答えよ。

1. a, r, h を求めよ。
2. 1. で求めた a, r, h に対して、連立不等式

$$x^2 + (y - a)^2 \geq r^2, y \geq x^2, y \leq 1$$

で表される領域を E_1 とし、連立不等式

$$x^2 + (y - a)^2 \geq r^2, y \geq x^2, 1 \leq y \leq h$$

で表される領域を E_2 とする。 E_1, E_2 を図示せよ。

3. E_1, E_2 を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積をそれぞれ V_1, V_2 とするとき、 $\frac{V_1}{V_2}$ を求めよ。