

平成 20 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 $\triangle OAB$ に対し、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく。 $\triangle OAB$ の重心 G を通る直線 ℓ は辺 OA と交わり、その交点を C とする。ただし、点 C は頂点 O とは異なるとする。直線 ℓ と直線 OB が交わるとき、その交点を D とし、 $\overrightarrow{OC} = r\vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = s\vec{b}$ とする。このとき、次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。
2. $\overrightarrow{OG}$ を r , s , $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ を用いて表せ。
3. $\frac{1}{r} + \frac{1}{s}$ の値を求めよ。
4. $\triangle OCD$ の面積と $\triangle OAB$ の面積が等しいとき、 r の値を求めよ。
5. $OC : CA = 3 : 1$ のとき、 $OD : DB$ を求めよ。

〔2〕 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。ただし、 p , q は定数とする。

$$\begin{cases} a_1 = p \\ a_2 = q \\ a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

また、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。

このとき、次の問に答えよ。

1. a_3 , a_4 , a_5 , a_6 を求めよ。
2. b_1 , b_2 , b_3 , b_4 を求めよ。
3. a_n を n , p , q を用いて表せ。
4. $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を n , p , q を用いて表せ。

〔3〕 放物線 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ と、点 $B(0, b)$ を中心とする半径 r の円 (ただし、 $r < b$) は、異なる 2 点 A_1, A_2 を共有し、それ以外に共有点をもたないとする。ここで、点 A_1, A_2 は、それぞれ第 1 象限、第 2 象限にあるとする。このとき、次の問に答えよ。

1. 円の中心 B および 2 点 A_1, A_2 の座標を r を用いて表せ。さらに、 r の値の範囲を求めよ。
2. $r = 4$ のとき、 $\angle A_1BA_2$ の大きさを求めよ。ただし、 $0^\circ < \angle A_1BA_2 < 180^\circ$ とする。
3. 2. で求めた $\angle A_1BA_2$ に対する弧 $\widehat{A_1A_2}$ と放物線 C で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔4〕 円錐^{すい}の中に 1 辺の長さが $2a$ の立方体がある。その立方体の 4 つの頂点が円錐の底面にあり、他の 4 つの頂点は円錐の側面にある。円錐の底面の半径を x とするとき、次の問に答えよ。

1. 円錐の高さ $h(x)$ を a, x を用いて表せ。
2. 円錐の体積 $V(x)$ を a, x を用いて表せ。
3. 円錐の体積 $V(x)$ の最小値とそのときの x の値を a を用いて表せ。
4. 円錐の体積 $V(x)$ が最小となるとき、立方体の表面積と円錐の表面積の比を求めよ。