

平成 23 年 度

(教育学部・農学部)

## 問題冊子

| 教 科 | 科 目                       | ページ数 |
|-----|---------------------------|------|
| 数 学 | 数学Ⅰ・数学A<br>数学Ⅱ・数学B<br>数学Ⅲ | 2    |

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

### 解答の書き方

1. 問題〔1〕, 〔2〕, 〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕, 〔5〕は、このうちから、1 題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

- [1]  $\triangle ABC$  の外接円の半径は1である。この外接円の中心  $O$  から3つの辺  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  へ下ろした垂線をそれぞれ  $OL$ ,  $OM$ ,  $ON$  とし、

$$\sqrt{3} \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{OM} + (2 + \sqrt{3}) \overrightarrow{ON} = \vec{0}$$

が成立しているとする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  とおくとき、次の問に答えよ。

1.  $\vec{c}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で表せ。
2. 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。
3.  $\angle AOB$  および  $\angle ACB$  を求めよ。
4.  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。

- [2]  $S_n$  は数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和とする。第  $n$  項  $a_n$  と  $S_n$  は

$$S_n + na_n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたしている。このとき、次の問に答えよ。

1.  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  を求めよ。
2.  $a_n$  と  $S_n$  を  $n$  を用いて表せ。

- [3]  $t$  がすべての実数をとるとき、3点  $A(t, t^2)$ ,  $B(t, t-2)$ ,  $C(t + \sqrt{3}, t^2 - t - 1)$  について、次の問に答えよ。

1. 各実数  $t$  に対して、 $A$  と  $B$  は異なる点であることを示せ。
2.  $\triangle ABC$  が直角三角形になる  $t$  をすべて求めよ。
3.  $\triangle ABC$  が鋭角三角形になる  $t$  の範囲を求めよ。

- 〔4〕  $a, b, c$  を定数とし、 $a > 0$  とする。3次関数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  の導関数を  $f'(x)$  とする。相異なる実数  $p, q$  で定まる3つの数

$$A = \frac{f'(p) + f'(q)}{2}, \quad B = f'\left(\frac{p+q}{2}\right), \quad C = \frac{f(p) - f(q)}{p - q}$$

について、次の問に答えよ。

1.  $A$  を  $a, b, c, p, q$  を用いて表せ。
2.  $A, B, C$  の大小関係を調べよ。

- 〔5〕  $a > 1$  のとき、連立不等式

$$\sqrt{a^2 - x^2} \leq y \leq a^2 - x^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

で表せる領域を  $D_1$ 、連立不等式

$$a^2 - x^2 \leq y \leq \sqrt{a^2 - x^2}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

で表せる領域を  $D_2$  とする。このとき、次の問に答えよ。

1.  $x \geq 0, y \geq 0$  における、曲線  $y = \sqrt{a^2 - x^2}$  と曲線  $y = a^2 - x^2$  の交点をすべて求めよ。
2.  $x \geq 0, y \geq 0$  において、2つの曲線  $y = \sqrt{a^2 - x^2}, y = a^2 - x^2$  のグラフの概形をかき、 $D_1, D_2$  を図示せよ。
3.  $D_1, D_2$  を  $x$  軸のまわりに1回転させてできる立体の体積をそれぞれ  $V_1, V_2$  とするとき、 $V_1 - V_2$  を求めよ。
4.  $V_1 < V_2$  をみたす  $a$  の範囲を求めよ。